担当: 渕野 昌

微分積分学 II 演習 + レポート

2016 年 07 月 12 日

以下は 7 月 12 の講義時間に行なう演習です．演習の後，問題と解答を A4 の紙 にレポートとしてまとめて 7 月 19 日の 講義の初め に提出してください．

解答は，結果を得るための計算過程，思考過程が分るような書き方を工夫してください．

この演習の問題用紙は，

http://fuchino.ddo.jp/kobe/biseki-2-ss16-uebung2.pdf

としてダウンロードできます．

---

1. 領域 D 上の積分を計算してください:

(1) $\displaystyle\iint_D \frac{x^2}{y}\,dx\,dy, \qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ y\ge x^2,\ x\ge 1, y\le 4\}$

(2) $\displaystyle\iint_D ye^{xy}\,dxdy, \qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ \frac{1}{2}\le x\le 2,\ \frac{1}{x}\le y\le 2\}$

2. 次の二重積分に対応する積分領域を図示してください:

(1) $\displaystyle\int_0^1\left(\int_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy\right)dx$ (2) $\displaystyle\int_1^2\left(\int_y^{3y} f(x,y)\,dx\right)dy$

3. 極座標変換を用いて，以下のそれぞれの領域 D についての積分を計算してください:

(1) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy, \qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ x^2+y^2\le 2x\}$

(2) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy, \qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ a^2\le x^2+y^2\le b^2\}$

ただし $0<a<b$ とする．

4. 次の二重積分を変数変換を用いて計算してください:

(1) $\displaystyle\iint_D (x^2+y^2)\,dx\,dy,$ D は $(0,0)$, $(1,1)$, $(1,-1)$, $(2,0)$ を頂点とする正方形の内部

(ヒント: $x+y=u$, $x-y=v$ とおく)

(2) $\displaystyle\iint_D y^2\,dx\,dy, \qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\le 1\}$ ただし $a,b>0$ とする．

(ヒント: まず $x=au$, $y=av$ とおく)

5. (1) 平面 $2x+3y+z=6$ の $0\le x\le 1$, $0\le y\le 1$ の部分の面積を求めてください．

(2) 曲面 $z=x^2+y^2$ の $0\le z\le 2$ の部分の面積を求めてください．

6. 領域 $D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\ :\ x^2+y^2+z^2\le 4,\ x^2+y^2\le 3z\}$ を図示してください． D の体積を求めてください．