担当:　淵野 昌　**微分積分 4　定期試験 予想問題集**　**2018 年 07 月 24 日**

以下は，私の担当の 2018 年度第 2quarter 開講の微分積分 4 の定期試験の予想問題集です．定期試験では，ここで挙げた問題の類題と，`http://fuchino.ddo.jp/kobe` にリンクする予定の補足の予想問題集に挙げる問題の類題 (のうちのいくつか) を出題します．

この予想問題集は，

`http://fuchino.ddo.jp/kobe/biseki-4-ss18-pre-final.pdf`

としてダウンロードできます．

1. 領域 D 上の積分を計算してください:

(1) $\displaystyle\iint_D \frac{x^2}{y}\,dx\,dy,\qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ y\geq x^2,\ x\geq 1, y\leq 4\}$

(2) $\displaystyle\iint_D ye^{xy}\,dxdy,\qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ \frac{1}{2}\leq x\leq 2,\ \frac{1}{x}\leq y\leq 2\}$

2. 次の二重積分に対応する積分領域を図示してください:

(1) $\displaystyle\int_0^1\left(\int_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy\right)dx\qquad$ (2) $\displaystyle\int_1^2\left(\int_{y}^{3y} f(x,y)\,dx\right)dy$

3. 極座標変換を用いて，以下のそれぞれの領域 D についての積分を計算してください:

(1) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy,\qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ x^2+y^2\leq 2x\}$

(2) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy,\qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ a^2\leq x^2+y^2\leq b^2\}$

ただし $0<a<b$ とする．

4. 次の二重積分を変数変換を用いて計算してください (類似の計算例は 7 月 17 日の講義で話しています):

(1) $\displaystyle\iint_D (x^2+y^2)\,dx\,dy,\qquad$ D は $(0,0)$, $(1,1)$, $(1,-1)$, $(2,0)$ を頂点とする正方形の内部

(ヒント: $x+y=u$, $x-y=v$ とおく)

(2) $\displaystyle\iint_D y^2\,dx\,dy,\qquad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leq 1\}$　ただし a, $b>0$ とする．

(ヒント: まず $x=au$, $y=av$ とおく)

5. (1) 平面 $2x+3y+z=6$ の $0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 1$ の部分の面積を求めてください．

(2) 曲面 $z=x^2+y^2$ の $0\leq z\leq 2$ の部分の面積を求めてください．

6. 領域 $D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\ :\ x^2+y^2+z^2\leq 4,\ x^2+y^2\leq 3z\}$ を図示してください． D の体積を求めてください．

7. 曲面の面積の積分による計算により，半径が a の球の表面積を求めてください．このような球面 S が $\mathbb{R}^3$ の原点を中心として描かれているとき，曲面 $\{\langle x,y,z\rangle\in S\ :\ z\geq\frac{1}{2}a\}$ の面積を求めてください．