担当: 渕野 昌 **微分積分学 I　演習 I** **2015 年 6 月 4 日**

$\boxed{1}$ 次の関数の導関数を求めよ:　(a) $2x^2-x$　(b) $4e^{-2x+43}$　(c) $\log|x+\sqrt{x^2+1}|$　(d) $\cos(2x^2-x)$
(e) x^{2x} $(x>0)$

$\boxed{2}$ $f(x)$ を定義域が $(-\infty,\infty)$ で値域が $(1,\infty)$ の微分可能な関数とする．また $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}+1$ とする．$f(1)=2$, $f'(1)=-3$ のとき，次に答えよ:

(a) $y=f(x)$ のグラフの点 $(1,2)$ における接線の方程式を求めよ．

(b) $g(x)$ の定義域と値域を求めよ．　(c) $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を $f(x)$ と $f'(x)$ を用いて表(あらわ)せ．

(d) $g'(1)$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $h(x)$ を定義域が $(0,\infty)$ 値域が $[0,\dfrac{\pi}{2})$ の微分可能な関数として，$h_0(x)=\sin(h(x))$ とするとき次に答えよ:

(a) $h_0(x)$ の定義域と値域を求めよ．

(b) $h_0(x)$ の導関数 ${h_0}'(x)$ を $h(x)$ と $h'(x)$ を用いて表(あらわ)せ．

(c) $h(27)=\dfrac{\pi}{4}$ で $h'(27)=53$ のとき，${h_0}'(27)$ を求めよ．

$\boxed{4}$ $h(x)=e^{2x+1}$ の 1 次導関数，2 次導関数，3 次導関数を求めよ．これらの計算結果の類推から，e^{2x+1} の n 次導関数 $h^{(n)}(x)$ を与える式を求めよ．

$\boxed{5}$ 自然数 $n\ge r$ に対し，${}_n\mathrm{C}_r=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ だった．

(a) すべての自然数 $n\ge r$ に対し，${}_n\mathrm{C}_r={}_n\mathrm{C}_{n-r}$ が成り立つことを示せ．

(b) すべての自然数 n に対し，${}_n\mathrm{C}_0={}_n\mathrm{C}_n=1$, ${}_n\mathrm{C}_1={}_n\mathrm{C}_{n-1}=n$, ${}_n\mathrm{C}_2={}_n\mathrm{C}_{n-2}=\dfrac{n(n-1)}{2}$ となることを示せ．

$\boxed{6}$ $f(x)$ と $g(x)$ を n-回微分可能な関数とするとき，ライプニッツの定理により，

$$\begin{aligned}(f(x)g(x))^{(n)} = {}&{}_n\mathrm{C}_0f^{(n)}(x)g(x)+{}_n\mathrm{C}_1f^{(n-1)}(x)g^{(1)}(x)+{}_n\mathrm{C}_2f^{(n-2)}(x)g^{(2)}(x)+{}_n\mathrm{C}_3f^{(n-3)}(x)g^{(3)}(x)\\ &+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}f^{(1)}(x)g^{(n-1)}(x)+{}_n\mathrm{C}_nf(x)g^{(n)}(x)\end{aligned}$$

である．これを用いて，x^2e^{2x} の n-次導関数を表(あらわ)す式を求めよ．

$\boxed{7}$ 次の関数のマクローリン展開を求めよ:
(a) $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$　(b) $f(x)=\sqrt{1+x}$

以上の問題を講義での演習の時間にできるだけ考えてください (難易度は後半の方が高いのでそちらから始めることをおすすめします)．残りの問題の回答と合せて，A4 の紙にレポートとしてまとめたもの (回答は，暗号のようなものでなく，問題の内容も含めての説明文になっているものにしてください) を 6 月 18 日の講義の始まる前に 教卓の上に提出してください．