

次の課題を解いてレポートとしてまとめたものを, 6月1日の講義の始まる前に教卓の上に提出してください. レポートは返却しないので, 回答は自分用のコピーをとっておくようにしてください.

0 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を, $x \in \mathbb{R}$ に対し,

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < \pi \text{ のとき;} \\ \sin x & \pi \leq x \text{ のとき.} \end{cases}$$

として定義する.

(a) $f(x)$ は $x = \pi$ で連続でないことを示せ.

(b) $f(x)$ の $x = \pi$ での左側微分係数は存在するか? もし存在するならその値を求めよ.

(c) $f(x)$ の $x = \pi$ での右側微分係数は存在するか? もし存在するならその値を求めよ.

1 次の関数の導関数を求めよ: (a) $2x^2 - x$ (b) $4e^{-2x+43}$ (c) $\log|x + \sqrt{x^2 + 1}|$ (d) $\cos(2x^2 - x)$
(e) x^{2x} ($x > 0$)

2 $f(x)$ を定義域が $(-\infty, \infty)$ で値域が $(1, \infty)$ の微分可能な関数とする. また $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$ とする. $f(1) = 2$, $f'(1) = -3$ のとき, 次に答えよ:

(a) $y = f(x)$ のグラフの点 $(1, 2)$ における接線の方程式を求めよ.

(b) $g(x)$ の定義域と値域を求めよ. (c) $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を $f(x)$ と $f'(x)$ を用いて表わせ.

(d) $g'(1)$ を求めよ.

3 $h(x)$ を定義域が $(0, \infty)$ 値域が $[0, \frac{\pi}{2})$ の微分可能な関数として, $h_0(x) = \sin(h(x))$ とするとき次に答えよ:

(a) $h_0(x)$ の定義域と値域を求めよ.

(b) $h_0(x)$ の導関数 $h_0'(x)$ を $h(x)$ と $h'(x)$ を用いて表わせ.

(c) $h(27) = \frac{\pi}{4}$ で $h'(27) = 53$ のとき, $h_0'(27)$ を求めよ.

4 $h(x) = e^{2x+1}$ の1次導関数, 2次導関数, 3次導関数を求めよ. これらの計算結果の類推から, e^{2x+1} の n 次導関数 $h^{(n)}(x)$ を与える式を求めよ.