担当: 渕野 昌 　　　　　　　　　**微分積分 2　演習**　　　　　　　　　**2018 年 7 月 19 日**

次の課題は，2018 年 7 月 19 日の補講の時間に実施の演習のためのものです．

$\boxed{1}$ $f(x,y)=\dfrac{xy}{x+y}$ とするとき， (a) f の定義域 (この式による関数の定義が意味を持つ領域) は何になるかを答えてください．(b) f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{yx} を求めてください．

$\boxed{2}$ $f(x,y)$ を 2 変数の C^2-級関数として，$g(r,\theta)=f(r\cos\theta, r\sin\theta)$ とするとき，g_{rr} と $g_{\theta\theta}$ を求めてください．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=e^{x+y}$ とするとき，次の問に答えてください．

(a) $f(x,y)$ に関する $\langle 0,0\rangle$ を中心とするテイラーの定理の等式で，一次の項までと二次の補正項の形のもの (教科書の (4.8) で $a=b=0$, $n=2$ としたもの) を求めてください．

(b) $f(x,y)$ のマクローリン展開 ($\langle 0,0\rangle$ を中心とするテイラー展開) を x, y に関する二次の項まで求めてください．

$\boxed{4}$ $f(x,y)=-6x^3y+xy+2y^2-3$ とするとき，次の問に答えてください．

(a) $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ を求めてください．

(b) $f(1,2)$, $f_x(1,2)$, $f_y(1,2)$ の値を求めてください．

(c) $z=f(x,y)$ のグラフの，点 $\langle 1,2,f(1,2)\rangle$ での接平面の方程式を求めてください．

(d) xy-平面上の点 $\langle 1,3\rangle$ は 方程式 $f(x,y)=0$ の解となっていることを確かめてください．

$\boxed{5}$ $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ を，

$$g(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \langle x,y\rangle\neq\langle 0,0\rangle \text{ のとき}\\ 0, & \langle x,y\rangle=\langle 0,0\rangle \text{ のとき}\end{cases}$$

として定義する．

(1) $g(x,y)$ はすべての点 $\langle x,y\rangle\in\mathbb{R}^2$ で， $|g(x,y)|\leq\sqrt{x^2+y^2}$ を満たすことを示してください．

(2) $g(x,y)$ はすべての $\langle x,y\rangle\in\mathbb{R}^2$ で連続であることを示してください．

(3) $g(x,y)$ はすべての $\langle x,y\rangle\in\mathbb{R}^2$ で偏微分可能であることを示してください．g_x, g_y を求めてください．

(4) g_x, g_y は $\langle 0,0\rangle$ で連続でないことを示してください．

(5) $g(x,y)$ の $\dfrac{\pi}{4}$ 方向の方向微分が存在するかどうかを確定してください．

(6) $g(x,y)$ が点 $\langle 0,0\rangle$ で全微分可能でないことを示してください．