微分積分 2　定期試験 予想問題集

担当:　渕野 昌　　2019 年第 2 クオーター (2019 年 07 月 25 日 03:55 版)

この問題集は試験の前まで訂正／拡張される可能性があります．試験の直前には (余裕があれば) 問題の解説も付け加える予定です．試験前まで何度かチェックしてみてください．

以下の問題と演習での問題 (`http://fuchino.ddo.jp/kobe/calculus-1-2-2019-2q-uebung.pdf`) の細部を調節したもののいくつかの類題を，期末試験の基本問題として出題します．これらの問題 (とその背景) を理解しておいてください．

期末試験では，これ以外にも，さらに challenging な問題を 1 題程度出す可能性もあります．

このプリントのファイルは，

`http://fuchino.ddo.jp/kobe/calculus-1-2-2q-pre-final.pdf`

としてダウンロードできます．

I. $f(x, y) = e^{x+y}$ としたときの，二変数関数の Maclaurin 定理での $f(x, y)$ の展開式を求めよ．

II. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ を $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 + 2xy - y^2$ で定義するとき，f の極値を求めよ．

III. (a) ラグランジュの未定常数法を用いて，$8x^2 - 4xy + 5y^2 = 180$ の制限のもとでの関数 $f(x, y) = x^2 + y^2$ の極値をとる点の候補を求めよ．

(b) 有界閉曲線上 (実はもっと一般的に有界閉領域上) で連続関数は必ず最大値と最小値をとることが証明できる．この事実を用いて，$8x^2 - 4xy + 5y^2 = 180$ の制限のもとでの関数 $f(x, y) = x^2 + y^2$ の最小値と最大値を求めよ．

(c) (b) で求めた解の幾何学的な意味を述べよ．