

# 構造の数理

2011年10月06日 第1回目の講義

Sakaé Fuchino (渕野 昌)

Dept. of Computer Sciences  
Kobe University

(神戸大学大学院 システム情報学研究科)

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/>

講義に関する注意，グラフの導入，グラフの一筆書き

(9. Oktober 2011 (13:32 JST) version)

神戸大学 2011 年度後期の講義

This presentation is typeset by  $\text{\LaTeX}$  with beamer class.

- ▶ この講義では主に **グラフ (graph)** と呼ばれる数学的構造の理論について話します .
- ▶ 予備知識はできるだけ何もいらないような講義にする予定です .
- ▶ 分りやすい説明をすることを心掛けますが , この「分りやすい」は無内容な「お話し」をしてお茶をにごす , という意味ではありません . 面白い (つまり本格的な) 話をするつもりなので , 集中して聞いてください .
- ▶ 集中して聞いてもその場では全部は分らないこともあるかもしれませんが , その場合には多少復習をしてみてください . もちろん , どのレベルの質問にも応じます . (講義中でも講義の後でも) 遠慮なく質問してください .

- ▶ この講義では主に **グラフ (graph)** と呼ばれる数学的構造の理論について話します .
- ▶ 予備知識はできるだけ何もいらないような講義にする予定です .
- ▶ 分りやすい説明をすることを心掛けますが , この「分りやすい」は無内容な「お話し」をしてお茶をにごす , という意味ではありません . 面白い (つまり本格的な) 話をするつもりなので , 集中して聞いてください .
- ▶ 集中して聞いてもその場では全部は分らないこともあるかもしれません , その場合には多少復習をしてみてください . もちろん , どのレベルの質問にも応じます . (講義中でも講義の後でも) 遠慮なく質問してください .

- ▶ この講義では主に **グラフ (graph)** と呼ばれる数学的構造の理論について話します .
- ▶ 予備知識はできるだけ何もいらないような講義にする予定です .
- ▶ 分りやすい説明をすることを心掛けますが , この「分りやすい」は無内容な「お話し」をしてお茶をにごす , という意味ではありません . 面白い (つまり本格的な) 話をするつもりなので , 集中して聞いてください .
- ▶ 集中して聞いてもその場では全部は分らないこともあるかもしれません , その場合には多少復習をしてみてください . もちろん , どのレベルの質問にも応じます . (講義中でも講義の後でも) 遠慮なく質問してください .

- ▶ この講義では主に **グラフ (graph)** と呼ばれる数学的構造の理論について話します .
- ▶ 予備知識はできるだけ何もいらないような講義にする予定です .
- ▶ 分りやすい説明をすることを心掛けますが、この「分りやすい」は無内容な「お話し」をしてお茶をにごす、という意味ではありません。面白い(つまり本格的な)話をするつもりなので、集中して聞いてください .
- ▶ 集中して聞いてもその場では全部は分らないこともあるかもしれません、その場合には多少復習をしてみてください。もちろん、どのレベルの質問にも応じます。(講義中でも講義の後でも)遠慮なく質問してください .

- ▶ この講義では主に **グラフ (graph)** と呼ばれる数学的構造の理論について話します .
- ▶ 予備知識はできるだけ何もいらないような講義にする予定です .
- ▶ 分りやすい説明をすることを心掛けますが , この「分りやすい」は無内容な「お話し」をしてお茶をにごす , という意味ではありません . 面白い (つまり本格的な) 話をするつもりなので , 集中して聞いてください .
- ▶ 集中して聞いてもその場では全部は分らないこともあるかもしれませんが , その場合には多少復習をしてみてください . もちろん , どのレベルの質問にも応じます . (講義中でも講義の後でも) 遠慮なく質問してください .

- ▶ このスライドを含む，講義のスライドや，その他の資料，インターネット上でアクセスできる参考文献などを，

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/>

にリンクします．

- ▶ 講義では，スライドと黒板を併用します．多少複雑な内容については，まず板書で説明して，次の回にスライドでもう一度復習する，というスタイルをとることにします．

- ▶ このスライドを含む，講義のスライドや，その他の資料，インターネット上でアクセスできる参考文献などを，

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/>

にリンクします．

- ▶ 講義では，スライドと黒板を併用します．多少複雑な内容については，まず板書で説明して，次の回にスライドでもう一度復習する，というスタイルをとることにします．

- ▶ このスライドを含む，講義のスライドや，その他の資料，インターネット上でアクセスできる参考文献などを，

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/>

にリンクします．

- ▶ 講義では，スライドと黒板を併用します．多少複雑な内容については，まず板書で説明して，次の回にスライドでもう一度復習する，というスタイルをとることにします．

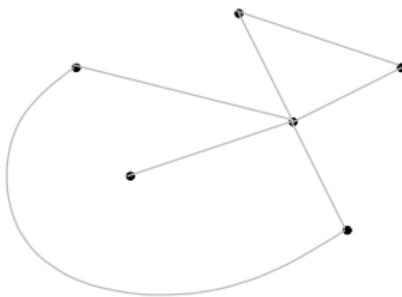
- ▶ 出席は、毎回は (というよりほとんど) とりません。
- ▶ 成績は、何回か講義の時間に書いてもらうことになる reaction papers と「期末試験」でつけることにします。
- ▶ ただし、期末試験は、あらかじめ“予想問題”を配ることにして、問題の内容についても、講義の技術的な部分に完全についてこられなかった人にも対応ができるような工夫をするつもりです。

- ▶ 出席は、毎回は (というよりほとんど) とりません。
- ▶ 成績は、何回か講義の時間に書いてもらうことになる reaction papers と「期末試験」でつけることにします。
- ▶ ただし、期末試験は、あらかじめ“予想問題”を配ることにして、問題の内容についても、講義の技術的な部分に完全についてこられなかった人にも対応ができるような工夫をするつもりです。

- ▶ 出席は、毎回は (というよりほとんど) とりません。
- ▶ 成績は、何回か講義の時間に書いてもらうことになる reaction papers と「期末試験」でつけることにします。
- ▶ ただし、期末試験は、あらかじめ“予想問題”を配ることにして、問題の内容についても、講義の技術的な部分に完全についてこられなかった人にも対応ができるような工夫をするつもりです。

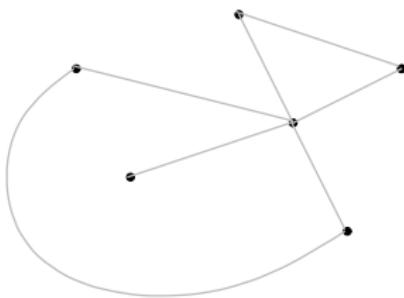
- ▶ 出席は、毎回は (というよりほとんど) とりません。
- ▶ 成績は、何回か講義の時間に書いてもらうことになる reaction papers と「期末試験」でつけることにします。
- ▶ ただし、期末試験は、あらかじめ“予想問題”を配ることにして、問題の内容についても、講義の技術的な部分に完全についてこられなかった人にも対応ができるような工夫をするつもりです。

- ▶ 注意: 高校の数学で「関数のグラフ」について習ったことがあると思いますが、ここで言うグラフは、これとは別の概念です。
- ▶ ここで考察しようとしている **グラフ** は、頂点 (vertex, (複数: vertices)) の集まりと、それらのうちのいくつかの 2 頂点のペアを辺 (edges) でつなげた構造物のことです、たとえば:



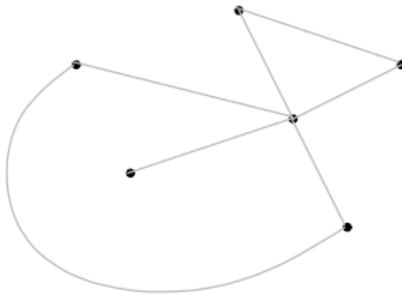
- ▶ 後で、無限個の頂点や辺を持つグラフも考えることにしますが、そのようなものは **無限グラフ** と呼ぶことにして、ただグラフと言ったときには、頂点の数も辺の数も有限とすることにします。

- ▶ 注意: 高校の数学で「関数のグラフ」について習ったことがあると思いますが、ここで言うグラフは、これとは別の概念です。
- ▶ ここで考察しようとしている **グラフ** は、頂点 (vertex, (複数: vertices)) の集まりと、それらのうちのいくつかの 2 頂点のペアを辺 (edges) でつなげた構造物のことです、たとえば:



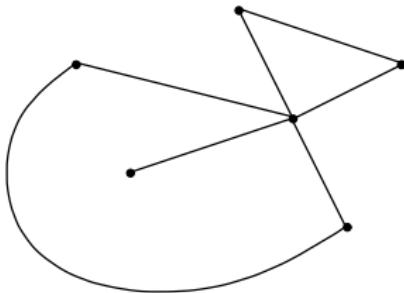
- ▶ 後で、無限個の頂点や辺を持つグラフも考えることにしますが、そのようなものは **無限グラフ** と呼ぶことにして、ただグラフと言ったときには、頂点の数も辺の数も有限とすることにします。

- ▶ 注意: 高校の数学で「関数のグラフ」について習ったことがあると思いますが、ここで言うグラフは、これとは別の概念です。
- ▶ ここで考察しようとしている **グラフ** は、頂点 (vertex, (複数: vertices)) の集まりと、それらのうちのいくつかの 2 頂点のペアを辺 (edges) でつなげた構造物のことです、たとえば:



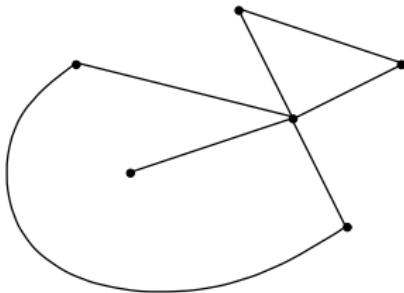
- ▶ 後で、無限個の頂点や辺を持つグラフも考えることにしますが、そのようなものは **無限グラフ** と呼ぶことにして、ただグラフと言ったときには、頂点の数も辺の数も有限とすることにします。

- ▶ 注意: 高校の数学で「関数のグラフ」について習ったことがあると思いますが、ここで言うグラフは、これとは別の概念です。
- ▶ ここで考察しようとしている **グラフ** は、頂点 (vertex, (複数: vertices)) の集まりと、それらのうちのいくつかの 2 頂点のペアを辺 (edges) でつなげた構造物のことです、たとえば:



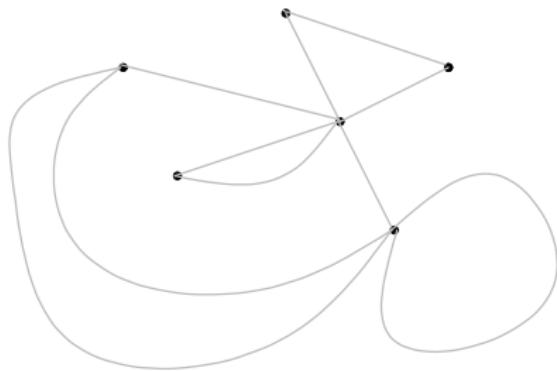
- ▶ 後で、無限個の頂点や辺を持つグラフも考えることにしますが、そのようなものは **無限グラフ** と呼ぶことにして、ただグラフと言ったときには、頂点の数も辺の数も有限とすることにします。

- ▶ 注意: 高校の数学で「関数のグラフ」について習ったことがあると思いますが、ここで言うグラフは、これとは別の概念です。
- ▶ ここで考察しようとしている **グラフ** は、頂点 (vertex, (複数: vertices)) の集まりと、それらのうちのいくつかの 2 頂点のペアを辺 (edges) でつなげた構造物のことです、たとえば:



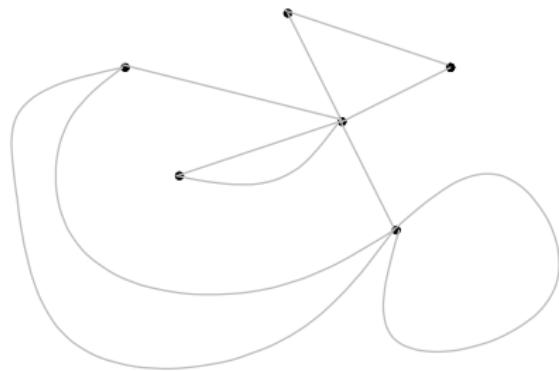
- ▶ 後で、無限個の頂点や辺を持つグラフも考えることにしますが、そのようなものは **無限グラフ** と呼ぶことにして、ただグラフと言ったときには、頂点の数も辺の数も有限とすることにします。

- ▶ グラフで，2 頂点の間に複数の辺があつたり，1 頂点にループとして辺がつながっていたりすることも許すこともあります．このようなグラフのことを **多重グラフ (multigraph)** ということにします．たとえば次のものは多重グラフです：



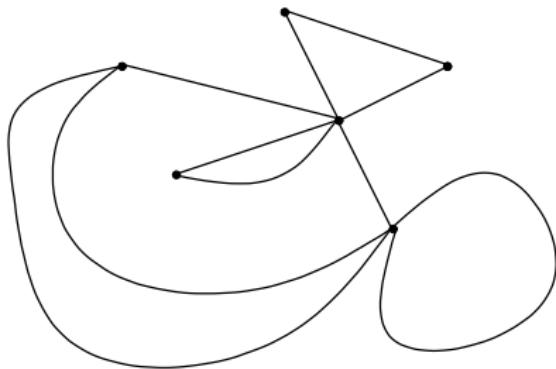
- ▶ ループを含まず，どの異なる 2 頂点も 1 つの辺だけでつながっているか，辺でつながっていないか，のどちらかであるようなグラフは **一重グラフ** あるいは単に **グラフ** と呼ぶことにします．一重グラフも多重グラフと考えることにします。

▶ グラフで，2 頂点の間に複数の辺があつたり，1 頂点にループとして辺がつながっていたりすることも許すこともあります．このようなグラフのことを **多重グラフ (multigraph)** ということにします．たとえば次のものは多重グラフです：



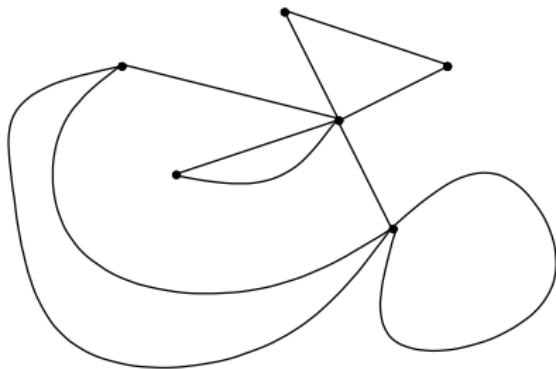
▶ ループを含まず，どの異なる 2 頂点も 1 つの辺だけでつながっているか，辺でつながっていないか，のどちらかであるようなグラフは **一重グラフ** あるいは単に **グラフ** と呼ぶことにします．一重グラフも多重グラフと考えることにします。

▶ グラフで，2 頂点の間に複数の辺があつたり，1 頂点にループとして辺がつながっていたりすることも許すこともあります．このようなグラフのことを **多重グラフ (multigraph)** ということにします．たとえば次のものは多重グラフです：



▶ ループを含まず，どの異なる 2 頂点も 1 つの辺だけでつながっているか，辺でつながっていないか，のどちらかであるようなグラフは **一重グラフ** あるいは単に **グラフ** と呼ぶことにします．一重グラフも多重グラフと考えることにします。

▶ グラフで、2 頂点の間に複数の辺があつたり、1 頂点にループとして辺がつながっていたりすることも許すこともあります。このようなグラフのことを **多重グラフ (multigraph)** ということにします。たとえば次のものは多重グラフです：



▶ ループを含まず、どの異なる 2 頂点も 1 つの辺だけでつながっているか、辺でつながっていないか、のどちらかであるようなグラフは **一重グラフ** あるいは単に **グラフ** と呼ぶことにします。一重グラフも多重グラフと考えることにします。

- ▶ 多重グラフ  $G$  が与えられたとき ,  $G$  が一筆書きできるかどうか , という問題を考えてみます . まず , 次の概念を導入します :
- ▶  $p$  を  $G$  の頂点の 1 つとするとき ,  $p$  につながっている辺の数を  $p$  の 次数 (degree) とよぶことにします . ただしループは二重に数えることにします .
- ▶  $G$  が 連結 (connected) であるとは  $G$  のどの頂点からどの頂点へも辺をたどって到達することができること , とします . 多重グラフが連結でなければ , 一筆書きができないことは明らかです .

次回からの 2 回くらいの講義で次の定理の証明とその応用を見てみることにします .

定理 . 任意の連結な多重グラフ  $G$  が一筆書きできるのは , 次の (a), (b) のうちの 1 つが成り立つちょうどそのときである :

- (a)  $G$  のすべての頂点の次数は偶数である .
- (b)  $G$  の頂点で次数が奇数になるものがちょうど 2 つある .

- ▶ 多重グラフ  $G$  が与えられたとき ,  $G$  が一筆書きできるかどうか , という問題を考えてみます . まず , 次の概念を導入します :
- ▶  $p$  を  $G$  の頂点の 1 つとするとき ,  $p$  につながっている辺の数を  $p$  の 次数 (degree) とよぶことにします . ただしループは二重に数えることにします .
- ▶  $G$  が 連結 (connected) であるとは  $G$  のどの頂点からどの頂点へも辺をたどって到達することができること , とします . 多重グラフが連結でなければ , 一筆書きができないことは明らかです .

次回からの 2 回くらいの講義で次の定理の証明とその応用を見てみることにします .

定理 . 任意の連結な多重グラフ  $G$  が一筆書きできるのは , 次の (a), (b) のうちの 1 つが成り立つちょうどそのときである :

- (a)  $G$  のすべての頂点の次数は偶数である .
- (b)  $G$  の頂点で次数が奇数になるものがちょうど 2 つある .

- ▶ 多重グラフ  $G$  が与えられたとき ,  $G$  が一筆書きできるかどうか , という問題を考えてみます . まず , 次の概念を導入します :
- ▶  $p$  を  $G$  の頂点の 1 つとするとき ,  $p$  につながっている辺の数を  $p$  の 次数 (degree) とよぶことにします . ただしループは二重に数えることにします .
- ▶  $G$  が 連結 (connected) であるとは  $G$  のどの頂点からどの頂点へも辺をたどって到達することができること , とします . 多重グラフが連結でなければ , 一筆書きができないことは明らかです .

次回からの 2 回くらいの講義で次の定理の証明とその応用を見てみることにします .

定理 . 任意の連結な多重グラフ  $G$  が一筆書きできるのは , 次の (a), (b) のうちの 1 つが成り立つちょうどそのときである :

- (a)  $G$  のすべての頂点の次数は偶数である .
- (b)  $G$  の頂点で次数が奇数になるものがちょうど 2 つある .

- ▶ 多重グラフ  $G$  が与えられたとき ,  $G$  が一筆書きできるかどうか , という問題を考えてみます . まず , 次の概念を導入します :
- ▶  $p$  を  $G$  の頂点の 1 つとするとき ,  $p$  につながっている辺の数を  $p$  の **次数 (degree)** とよぶことにします . ただしループは二重に数えることにします .
- ▶  $G$  が **連結 (connected)** であるとは  $G$  のどの頂点からどの頂点へも辺をたどって到達することができること , とします . 多重グラフが連結でなければ , 一筆書きができないことは明らかです .

次回からの 2 回くらいの講義で次の定理の証明とその応用を見てみることにします .

定理 . 任意の連結な多重グラフ  $G$  が一筆書きできるのは , 次の (a), (b) のうちの 1 つが成り立つちょうどそのときである :

- (a)  $G$  のすべての頂点の次数は偶数である .
- (b)  $G$  の頂点で次数が奇数になるものがちょうど 2 つある .

- ▶ 多重グラフ  $G$  が与えられたとき ,  $G$  が一筆書きできるかどうか , という問題を考えてみます . まず , 次の概念を導入します :
- ▶  $p$  を  $G$  の頂点の 1 つとするとき ,  $p$  につながっている辺の数を  $p$  の **次数 (degree)** とよぶことにします . ただしループは二重に数えることにします .
- ▶  $G$  が **連結 (connected)** であるとは  $G$  のどの頂点からどの頂点へも辺をたどって到達することができること , とします . 多重グラフが連結でなければ , 一筆書きができないことは明らかです .

次回からの 2 回くらいの講義で次の定理の証明とその応用を見てみることにします .

定理 . 任意の連結な多重グラフ  $G$  が一筆書きできるのは , 次の (a), (b) のうちの 1 つが成り立つちょうどそのときである :

- (a)  $G$  のすべての頂点の次数は偶数である .
- (b)  $G$  の頂点で次数が奇数になるものがちょうど 2 つある .

► 以下のうちのどれか（複数も可）について書いてください。

- (1) 今日の講義の感想。
- (2) この講義に期待すること。
- (3) 最近、興味を持っていること（なぜそれに興味を持っているか、興味の背景、などを説明してください）
- (4) 最近読んだ本についての紹介。