線形代数 入門 2　演習問題

担当:　渕野 昌 (Sakaé Fuchino)　**2019 年 7 月 17 日**

1. 次の 2×2-行列の逆行列を計算してください:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. 次の行列の対角化を求めてください:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

3. 次の主張が成り立つことを示してください:

(a) A を対角行列とするとき，A が可逆となる (つまり逆行列を持つ) のは，A の対角成分がすべて 0 と異なる，ちょうどそのときである．

(b) 正方行列 A が対角化 $U^{-1}AU$ を持つとき，A が可逆であることと，$U^{-1}AU$ が可逆であることは同値である．

(c) 2×2-行列 A の固有値が 2 と 3 のとき，A は可逆であることが (a) と (b), および，講義での補題 4.3 を用いて示せる．

(d) 2×2 行列 A が $U^{-1}AU = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}$ と対角化されるとき，すべての $n \in \mathbb{N}$ に対し，$A^n = U \begin{bmatrix} (a_1)^n & 0 \\ 0 & (a_2)^n \end{bmatrix} U^{-1}$ が成り立つ．

4. 2×2-行列 A が 固有値 1 と -1 を持ち，$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ がぞれぞれの固有ベクトルのとき，すべての $n \in \mathbb{N}$ に対し A^n が何になるかを求めてください (ヒント: **3.**,(d) を用いる).