

## 線形代数 I 演習 III

担当: Sakaé Fuchino (渚野 昌)

July 2, 2015

以下の演習問題 (さらに改良訂正される可能性もあり) は以下の URL で downloadable である:

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/lin-alg1-ss15-ex3.pdf>

講義に関する他の資料も以下の URL にリンク予定である:

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html>

以下の問題を講義中の演習の時間にできるだけ解いて, 残りの解と合せてレポートとして A4 のレポート用紙にまとめて, 7月9日の講義が 始まる前 に教卓の上に提出すること.

1. 教科書 (三宅「線形代数学」) の問題 3.2 (p.48) の 1.(1), 1.(3), 2.(8), 2.(9), 2.(10), 2.(11) を解け.
2. 教科書 (三宅「線形代数学」) の問題 3.3 (p.53) の 2., 3., 5., 7. を示せ.
3. 行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$  を計算せよ. 行列  $\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$  が逆行列を持つための必要十分条件を  $a, b, c$  に関する式を用いて表わせ.
4. 教科書 p.35 下でのアイデアを用いて次の定理を証明せよ (ヒント:  $(a) \Rightarrow (b)$ ,  $(b) \Rightarrow (c)$ ,  $(c) \Rightarrow (a)$  を示す.  $(c) \Rightarrow (a)$  の証明で教科書 p.35 下でのアイデアを用いる):

定理.  $n$ -次正方行列  $A$  について以下は同値である:

- (a)  $A$  は正則である (つまり  $A$  の逆行列が存在する);
- (b) すべての  $n$ -次元列ベクトル  $b$  に対し, 連立方程式  $Ax = b$  は唯一つの解を持つ.
- (c) すべての  $n$ -次元列ベクトル  $b$  に対し, 連立方程式  $Ax = b$  は少なくとも一つの解を持つ.