

数理論理学特論 2014 年前期 レポート課題

澁野 昌 (Sakaé Fuchino)

以下の課題 1 ~ 5. のうちの少なくとも 1 つについてレポートを作成して A4 のレポート用紙に纏めて, 8 月 8 日 (木) までに提出 (私に直接手渡すか私の office のドアのところに設置する提出用の簡易ポストに投函) してください. 1 問でもある程度以上妥当な解答があれば, 合格点を出しますが, 高い評価が欲しい人は 3 番以降の問題にもある程度以上の内容の解答を与えてください.

1. ZFC の公理系を \mathcal{L}_{ZF} の論理式として書き出し, 各公理の意味を説明してください.

2. 超限帰納法による関数の再帰的定義に関する定理 (6 月 2 日の定理 3.(2)) は, 「 $D = \{f : f \text{ はある } \alpha \in \text{On} \text{ 上の関数}\}$ として, G を D 上のクラス関数とするとき, すべての $\alpha \in \text{On}$ に対し, $F(\alpha) = G(F \upharpoonright \alpha)$ となるようなクラス関数 F が一意にとれる」というものでした. von Neumann 階層 $V_\alpha, \alpha \in \text{On}$ をこの定理の応用の 1 つとしてあげましたが, この定理をどのように使って $V_\alpha, \alpha \in \text{On}$ が得られるかを講義で省略した部分も含め詳しく説明してください.

3. $\Delta_0^{ZF}, \Delta_1^{ZF}$ に関する講義で話した結果が, Δ_i^{ZF} の定義で, 集合論の議論の途中で導入した関数記号や定数記号をすべて (略記ではなく) 拡張された言語の記号として扱っても成り立つことを示してください.

4. set-like な well founded relation 上の transfinite recursion について講義で省略した細部をうめて完全に self-contained な形で説明してください.

5. 連続体仮説の集合論からの独立性の証明について, 自分の言葉でまとめなおしてください.