情報知能工学総論

組合せ爆発と計算

田村直之

神戸大学 情報基盤センター・情報知能工学科

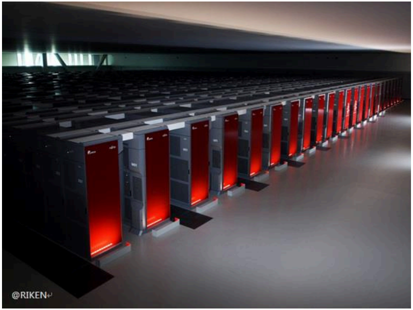
2013 年 5 月 29 日

すごいコンピュータ達

—計算機の進歩—

- 京コンピュータ
- 電王戦
- IBM Watson

京コンピュータ



- 神戸のポートアイランドに設置されている． Web
- 10 ペタ FLOPS の計算速度を世界で初めて突破した．
  - 1 ペタ $= 10^{15}$
  - FLOPS (FLoating-point Operation Per Second)
- 全体で 864 ラックから構成されている．
  - 1 ラック中の計算ノード数 (CPU 数) は 102

電王戦

第 2 戦参加の Ponanza ソフトの画面　▶ Web

- 2013 年，プロ棋士 5 人とコンピュータ 5 ソフトで将棋の団体戦が行われ，プロ棋士の 1 勝 3 敗 1 分の結果になった．
- 第 5 戦の GPS 将棋は東京大学で開発され，667 台の iMac を使用した．

IBM Watson

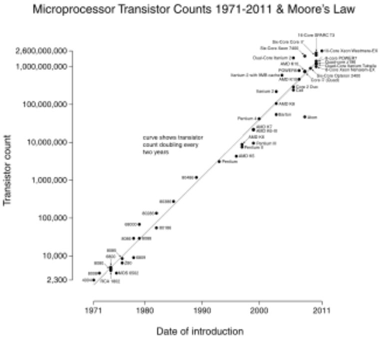
- 2011 年 2 月 16 日 IBM が 4 年間をかけて研究開発した Watson が，米国の人気クイズ番組 Jeopardy で歴代最強チャンピオン 2 人と対戦し**優勝**した． ▸ Web
- ▸ ビデオ を見てみよう ▸ YouTube
- 2880 個の POWER7 プロセッサ・コアを使用し，処理性能は約 80 テラ FLOPS (1 テラ $= 10^{12}$)

コンピュータは何でもできる?

—計算機の限界—

- 速度の限界
- フカシギの数え方
- 計算困難な問題
- 組合せ爆発
- 計算量理論
- 合体数独に挑戦

コンピュータはどんどん高速になっている



- **ムーアの法則**: 「集積回路上のトランジスタ数は 18 か月ごとに倍になる」
- トランジスタ数に比例して速度も向上している．
- コンピュータは，これからも限りなく速くなるように見える．

これからもどんどん高速になるのか?

ムーアの法則は，今後も成り立つのか?

- 現在の回路は，すでに原子 20 個分程度の幅しかない．
- 原子数個程度の幅になれば，量子力学の不確定性原理に支配される状況になる．
- 物理学者のミチオ・カク博士は 10 年程度で限界に達すると述べている．

これからもどんどん高速になるのか?

ムーアの法則は，今後も成り立つのか?

- 現在の回路は，すでに原子 20 個分程度の幅しかない．
- 原子数個程度の幅になれば，量子力学の不確定性原理に支配される状況になる．
- 物理学者のミチオ・カク博士は 10 年程度で限界に達すると述べている．

- 量子コンピュータなどの新しい技術でどうにかなるのか?
- いつかは，どんな問題でも解けるようになるのか?

フカシギの数え方

フカシギの数え方

『フカシギの数え方』の ビデオ を見てみよう YouTube

- 北海道大学 湊 離散構造処理系プロジェクト 作成

フカシギの数え方

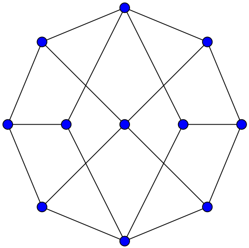
フカシギの数え方

『フカシギの数え方』の ビデオ を見てみよう YouTube

- 北海道大学 湊 離散構造処理系プロジェクト 作成

- 原理的には計算できるが，実際には計算できそうにない**計算困難**な問題が存在していることが分かる．
- どんな問題が，計算困難なのか?

簡単な問題と困難な問題



オイラー閉路とハミルトン閉路

配布プリントを参照し，上のグラフ (Herschel グラフ) について考えてみよう．

1. **オイラー閉路**は存在するか?
   - すべての辺をちょうど一度ずつ通る閉路
2. **ハミルトン閉路**は存在するか?
   - すべての頂点をちょうど一度ずつ通る閉路

簡単な問題と困難な問題

連結グラフについて，

1. オイラー閉路が存在するかどうかは**簡単**に分かる．
   - 奇次数の頂点が存在しないことが必要十分条件である．
2. ハミルトン閉路が存在するかどうかは**難しい**．
   - しらみつぶしに調べる方法しか知られていない．

簡単な問題と困難な問題

連結グラフについて，

1. オイラー閉路が存在するかどうかは**簡単**に分かる．
   - 奇次数の頂点が存在しないことが必要十分条件である．
2. ハミルトン閉路が存在するかどうかは**難しい**．
   - しらみつぶしに調べる方法しか知られていない．

多項式時間と指数時間

1. オイラー閉路は頂点数 n の多項式時間で求まる．
   - **多項式時間**: たとえば n^2 や n^{10} に比例する時間
2. ハミルトン閉路は n の指数時間が必要な方法しか知られていない．
   - **指数時間**: たとえば 2^n や $n!$ に比例する時間

- 多項式時間で解ける問題は簡単，指数時間が必要な問題は困難と見なされる．

組合せ爆発

「n^{10} ナノ秒」　対　「2^n ナノ秒」

配布プリントを参照し，$n = 10,\ 100,\ 200,\ 400$ でそれぞれ何秒(あるいは何日)になるか計算してみよう．

- $2^{10} \sim 10^3$, 1 秒 $= 10^9$ナノ秒, 1 日 $\sim 10^5$秒
- 1 ナノ秒は光が 30cm 進む時間

	$n = 10$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 400$
n^{10} ナノ秒 2^n ナノ秒				

組合せ爆発

「n^{10} ナノ秒」　対　「2^n ナノ秒」

配布プリントを参照し，$n = 10, 100, 200, 400$ でそれぞれ何秒(あるいは何日) になるか計算してみよう．

- $2^{10} \sim 10^3$, 1 秒 $= 10^9$ナノ秒, 1 日 $\sim 10^5$秒
- 1 ナノ秒は光が 30cm 進む時間

	$n = 10$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 400$
n^{10} ナノ秒	10 秒	10^6 日	10^9 日	10^{12} 日
2^n ナノ秒	1 μ 秒	10^{16} 日	10^{46} 日	10^{106} 日

組合せ爆発

「n^{10} ナノ秒」　対　「2^n ナノ秒」

配布プリントを参照し，$n = 10,\ 100,\ 200,\ 400$ でそれぞれ何秒 (あるいは何日) になるか計算してみよう．

- $2^{10} \sim 10^3$, 1 秒 $= 10^9$ナノ秒, 1 日 $\sim 10^5$秒
- 1 ナノ秒は光が 30cm 進む時間

	$n = 10$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 400$
n^{10} ナノ秒	10 秒	10^6 日	10^9 日	10^{12} 日
2^n ナノ秒	1 μ 秒	10^{16} 日	10^{46} 日	10^{106} 日

- 10^{23} (アボガドロ数) 台の並列計算でも 10^{83}年 かかる．
- 単位をナノ秒ではなく，核時間 (光が水素原子を横切る時間で約 10^{-18} 秒) としても 10^9 倍しか速くならない．

計算量理論

計算量理論

計算の**複雑さ**に関する理論を**計算量理論**という．

- 計算機の動作を抽象化したモデルとして**チューリング機械** (TM) を考える．
- 決定性 TM (1 CPU の計算機) を用いて多項式時間で解く方法がある問題は，**クラス P** の問題と呼ばれる．
- 非決定性 TM (無限 CPU の計算機) を用いて多項式時間で解く方法がある問題は，**クラス NP** の問題と呼ばれる．

計算量理論

計算量理論

計算の**複雑さ**に関する理論を**計算量理論**という．

- 計算機の動作を抽象化したモデルとして**チューリング機械** (TM) を考える．
- 決定性 TM (1 CPU の計算機) を用いて多項式時間で解く方法がある問題は，**クラス P** の問題と呼ばれる．
- 非決定性 TM (無限 CPU の計算機) を用いて多項式時間で解く方法がある問題は，**クラス NP** の問題と呼ばれる．
- 明らかに $\mathrm{P} \subseteq \mathrm{NP}$ であるが，$\mathrm{P} = \mathrm{NP}$ かどうかは分かっていない．
- **$\mathrm{P} = \mathrm{NP}$ 問題**は，計算機科学の最も重要な課題である．

NP 完全問題

NP 完全問題

- ハミルトン閉路問題
- グラフ彩色問題
- 充足可能性判定問題 (SAT)
- 多くのパズル
  - 数独，カックロ，ノノグラム，ぷよぷよ，テトリス等

- クラス NP に属す最も難しい問題は **NP 完全問題**と呼ばれる．
- これらを多項式時間で解くアルゴリズムは発見されていない．
- 多項式時間で解くアルゴリズムを考案すれば**チューリング賞受賞確実**!
  - チューリング賞: 計算機科学のノーベル賞
- 多項式時間で解くアルゴリズムが存在しないことを証明するのでも良い．

合体数独に挑戦

合体数独

配布プリントの合体数独の問題を見てみよう．

- タイムインターメディア社の藤原さんによる作品
- http://karetta.jp/book/puzzle-generator-age ▸ Web
- 105 個の数独が合体した問題もある．

合体数独に挑戦

合体数独

配布プリントの合体数独の問題を見てみよう．

- タイムインターメディア社の藤原さんによる作品
- http://karetta.jp/book/puzzle-generator-age ▸ Web
- 105 個の数独が合体した問題もある．

- 105 合体数独には 5000 以上の白マスがある．
- それぞれに 9 通りの数字の可能性があるとすると，$9^{500} \sim 10^{477}$ 通りを調べる必要がある．
- 単純なアルゴリズムでは，解くことができない．

コンピュータを賢くする

—組合せ爆発への挑戦—

- 組合せ爆発に挑戦する技術
- Sugar 制約ソルバー

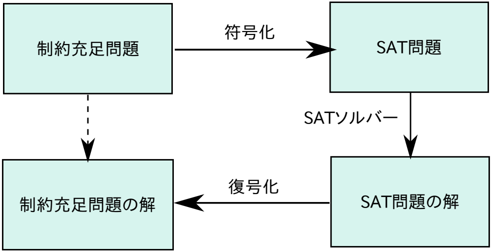
組合せ爆発に挑戦する技術

計算機の発明以降，研究者らは組合せ爆発に挑戦し続けてきた．

- 動的計画法
- 局所探索法
- 遺伝的アルゴリズム
- 制約ソルバー
- SAT ソルバー，BDD・ZDD

- ここ 10 年で，制約ソルバーや SAT ソルバーの技術が飛躍的に発展している．
- 多くの実際的な問題を非常に高速に解くことができるようになった．
  - すべての NP 困難な問題を高速に解けるわけではない．

Sugar 制約ソルバー



私の研究室で開発している制約ソルバー ▸ Web

- **問題の条件を記述するだけで，ソルバーが解を探してくれる．**
- **国際制約ソルバー競技会の複数部門で 2 年連続優勝．**
- **パズルを解くのにも向いている** :-)

Sugar 制約ソルバーでパズルを解く

合体数独

- 105 合体数独は 5 秒程度で解ける．
- デモ ▸ Ans

ノノグラム (お絵かきロジック，ピクロス)

- 100×100 のノノグラムも 15 秒程度で解ける．
- デモ ▸ Ans

- ほとんどのニコリのパズルを解くことができる :-)
  - パズルを Sugar 制約ソルバーで解く ▸ Web
- 興味がある人は，ぜひ使ってみてください．

まとめ

- 組合せ爆発
- 計算困難な問題
  - ハミルトン閉路
- 計算量理論
  - P=NP 問題
- 組合せ爆発に挑戦する技術
  - 制約ソルバー

パズルとプログラミング

パズルを解くプログラムを書いてみよう!

パズルとプログラミング

パズルを解くプログラムを書いてみよう!

- プログラミング・**スキル上達**に最適
  - 問題自体は単純だが，解くのが難しい．
  - 遅いプログラムと速いプログラムで，1000 倍以上の差がつくこともしばしばある．
- 各種の**プログラミング・コンテスト**にもパズル的な問題が良く出てくる．
  - ACM プログラミング・コンテスト
  - Project Euler
- これから，**賢いコンピュータ**が必要とされる．
  - 人間の知的活動を支援するコンピュータ
- 解けると**楽しい**．