数理の世界 (数学の考え方) — 天書の証明

The BOOK と Paul Erdős ついて，(最終回の講義)

Sakaé Fuchino (渕野 昌)

Dept. of Computer Sciences
Kobe University
(神戸大学大学院 システム情報学研究科)

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/

講義関連資料: http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/

(2. Februar 2014 (21:03 JST) version)

神戸大学 2013 年後期の講義
於 K402 教室，月曜 8:50 – 10:20

January 21, 2013

This presentation is typeset by pLaTeX with beamer class.

天書の証明

- この講義では，**Martin Aigner** と **Günter M. Ziegler** 共著の，

  Proofs from THE BOOK, Springer Verlag (1998/2009)

  の中のいくつかの章を細説した．
- この本の第 2 版 (英語の最新は第 4 版) の日本語訳は:

  マーティン・アイグナー，ギュンター・M. ツィーグラー 著，
  蟹江 幸博 訳，**天書の証明，丸善出版; 縮刷版 (2012/9/1)**
- この本は，Paul Erdős (ポール エルデシュ，1913 (大正 2) – 1996 (平成 8)) の思い出に捧げられている．

天書の証明

- この本は，Paul Erdős (ポール エルデシュ，1913 (大正 2) – 1996 (平成 8)) の思い出に捧げられている．

(1992, オーバーヴォルファッハ数学研究所にて Copyright: MFO)

天書の証明

- 英語版 Wikipedia の “**Erdős**” の項目から:

> He had his own idiosyncratic vocabulary: Although a non-theist,[36][37] he spoke of “The Book”, an imaginary book in which God had written down the best and most elegant proofs for mathematical theorems.[38] Lecturing in 1985 he said, “You don’t have to believe in God, but you should believe in The Book.” He himself doubted the existence of God, whom he called the “Supreme Fascist” (SF).[39][40] He accused the SF of hiding his socks and Hungarian passports, and of keeping the most elegant mathematical proofs to himself. When he saw a particularly beautiful mathematical proof he would exclaim, “This one’s from The Book!”. This later inspired a book entitled Proofs from THE BOOK.

Erdős 数

- Erdős は生前非常に多くの数学者と共同研究をした．
  Erdős の論文の共著者のリストには，511 人の名前があがっている．
- “Erdős 数” について語られることがある．Erdős 自身の Erdős 数は 0， Erdős の共著者の Erdős 数は 1 Erdős の共著者の共著者の Erdős 数は 2，… と定義すると，世界中の科学者のほとんどが Erdős 数を持つことになる．
- 私の Erdős 数は 2 である．
- アメリカ数学会のホームページには Erdős 数を計算する **ユーティリティー** がリンクされている．

ハンガリーの科学者

- Paul Erdős はハンガリーの生れだが，ハンガリーからは，科学や音楽で多くの傑出した人物が出てきている．
- 数学では， Paul Erdős 以外では，**János Bolyai** (1802 – 1860), **Eugene Wigner** (1902 – 1995), **John von Neumann** (1903 – 1957) など．

mini proof from The BOOK

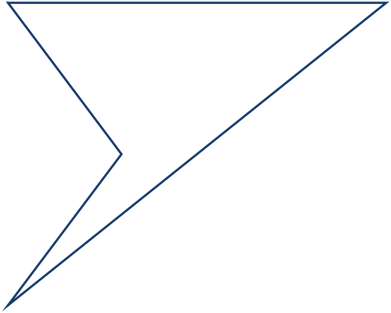
- 以下の定理は，“Proofs from The BOOK” に載っているものではないが，Erdős が高校生や子供に数学の話をしたとき，よく例として話すことのあったものである．

（エスター・クラインの定理） 平面上に任意の 5 点が与えられて，それらのうちのどの 3 点も同一直線上にないとするとき，それらの 5 点のうちの 4 点をうまく選んで，この 4 点が凸四角形の頂点になっているようにすることができる．

- 凸多角形（凸四角形，凸五角形など）は，直観的には「へこんだ」部分のない多角形のことである．
- 数学的には，多角形のような閉領域が凸であるということは，その領域の内側にあるどんな 2 点を選んでも，その 2 点をむすぶ線分が多角形の内側に含まれている，という性質として定義できる．三角形はすべて凸であるが，凸でない四角形は存在する．

mini proof from The BOOK

- 凸でない四角形は存在する.



エスター・クラインの定理の証明

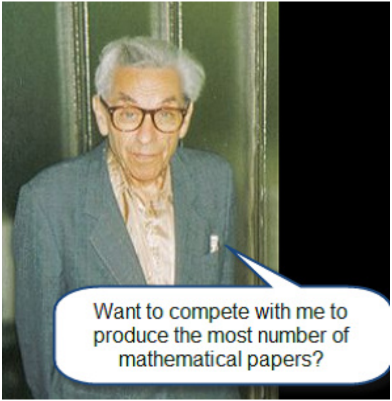
定理でのような 5 つの点が平面上に与えられたとして，平面を板のようなものと思って与えられた 5 つの点にくぎを打ちつけてその回りにゴム輪をかけることを考える．このとき，ゴム輪が，3 本のくぎにかかる場合と 4 本のくぎにかかる場合と 5 本のくぎにかかる場合の 3 つの場合がありえる．

- **ゴム輪が 4 本のくぎにかかっている** なら，これらの 4 本のくぎに対応する 4 つの点は求めるようなものである．
- **5 本のくぎにかかっている** なら，そのうちの 4 本を勝手に選び，それらに対応する 4 点をとれば，これらは求めるようなものである．

エスター・クラインの定理の証明の続き

- **ゴム輪が 3 本のくぎにかかっている** このときは，残りの 2 本のくぎはゴム輪の作る三角形の内側にある．ゴム輪のかかっている 3 つのくぎに対応する点をそれぞれ A, B, C, と呼ぶことにする．内側にある 2 点は D, E, とよぶことにする．

5 点が,「それらのうちのどの 3 点も同一直線上にない」という条件を満たすことから，D と E を結ぶ直線は，ゴム輪の作る三角形の三辺のうちの二辺を交差し，外側の三角形の頂点は通らないことがわかる．たとえば，直線 DE を D 側にのばすと AB と交差し，E 側にのばすと CA と交差するとすると，点 B, C, E, D は求めるようなものになっていることがわかる． q.e.d.



- Paul Erdős は生前約 1500 あまりの論文を発表したが，この数を越える数学の論文を書いた数学者は Erdős の他には，Euler (オイラー 1707 (宝永 4) – 1783(天明 3)) くらいしかいないと言われている．**Saharon Shelah** (私は Shelah 先生の助手をしたことがある) は現在 1044 の論文があるので，Erdoős を越える最初の数学者になる可能性がある．