

科目名	数理の世界	担当者名	瀧野 昌	所要時間	90分	2014年吉日 施行
持込	すべて可					
添付する 解答用紙	1枚配付(問題用紙の回収要 ^否)			計算用紙 0枚配付		

- I.** (a) p_1, \dots, p_n を n 個の素数とすると、 $p_1 \cdots p_n + 1$ は p_1, \dots, p_n のどれでも割切れないことを示してください。
 (b) このことを使って素数が無限にあることを証明したギリシャ時代の数学者の名前を答えなさい。

- II.** 次の形の建物のフロアが全部いっぺんに見渡せるには、最低で何人の警備員がいればよく、それらの警備員をどこに配置すればよいかを答えなさい。

試験ではここに図が入る。

- III.** “カップ中のコーヒーをかきまぜたときに、必ず一つは渦の中心ができる” という主張をブラウアー (Brouwer) の不動点定理との関係で説明してください。

- IV.** (a) n 個の要素からなる集合の部分となっている集合の総数は 2^n となることを説明してください。
 (b) n 個の要素からなる集合の真の部分となっている集合で空でないものは全部でいくつかるか答えてください。それがなぜそうなのかを説明してください。
 (c) $\binom{5}{2}$ の値を求めてください。 $\binom{5}{2}$ は 5 つの要素を持つ集合の部分で ___ となるようなものの全体の数です。___ にあてはまる語句を答えなさい。

- V.** ベルトラン (Bertrand) の仮説 (ラマヌジャンの定理) は、“すべての自然数 $n \geq 1$ に対して、 $n < p \leq 2n$ となる素数 p が少なくとも一つ存在する” という命題でした。これを使って、100000000000 と 800000000000 の間には少なくとも 3 つは素数が存在することを示してください。

- VI.** 次のグラフの頂点を、互いに辺で結ばれている頂点は違う色が割り当てられるように塗り分けるために必要となる色の最小数と最大数を答えなさい。最小数の色を使った塗り分けの一つを示してください (たとえばそれが 5 色なら 1, 2, 3, 4, 5 を色の名前として塗り分けを図示してください)。

試験ではここに図が入る。

試験での問題はこれらの予想問題とほぼ同一のもの (+) を出題する予定です。特に、この予想問題に対して十分に対策をとっていただければ平均以上の成績がとれるはずですが、ただし、問題の記述の形式や表現はこの予想問題とは若干異なることもあり得ます。最低 2 問正しく答えられれば合格点が出るような配点にしますが、2 問か 3 問だけ答えても全部部分点しか出ないため合格点にならない可能性もあります。できるだけ多くの問題に挑戦するようにしてください。