

情報知能工学総論及び安全工学 研究室見学: CS32/CS18A

2012 年 前期

工学部 情報知能工学科 一年生のための開講科目

研究室紹介と模擬講義 (セミナー)

澁野 昌 (Sakaé Fuchino)

神戸大学大学院 システム情報学研究科

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/>

(July 12, 2012 (01:41 JST) version)

July 11, 2012

このプレゼンテーションは p^AT^EX 上の beamer class を使ってタイプセットしたものです。
このプレゼンテーションの pdf ファイルは,

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/fuchino/kobe/visit-12-cs32.pdf>
としてダウンロードできます。

- ▶ (CS32 を中心とした) 研究室と研究の紹介 (約 15 分)
- ▶ 模擬授業 (模擬セミナー) (約 50 分)
- ▶ 質疑応答と研究室の guided tour (残りの時間)

CS32

ブレンドレ ヤーグ (Jörg Brendle) 集合論

澁野 昌 (Sakaé Fuchino) 集合論

垣内 逸郎 (Itsuro Kakiuchi) 統計学

菊池 誠 (Makoto Kikuchi) 不完全性定理

酒井 拓史 (Hiroshi Sakai) 集合論

桔梗 宏孝 (Hirotaka Kikyo) モデル理論

研究員

Andrew Brooke-Taylor 集合論

井深 慎吾 (Shingo Ibuka) モデル理論，コルモゴロフ複雑性

大森 仁 (Hitoshi Omori) パラコンシステント論理

Dilip Raghavan 集合論

CS18A (数理論理学の計算機科学への応用)

番原 睦則 (Mutsunori Banbara) 田村 直之 (Naoyuki Tamura)

宋剛 秀 (Soh Takehide)

Think!



Paul Erdős (1992, Copyright: MFO)
(26 March 1913 (大正 2) in Budapest, Hungary
— 20 Sept 1996 (平成 8) in Warsaw, Poland)



2012年1月 神戸-ウィーン二国間セミナーにて (倉橋 太志君の講演)



2012年1月 神戸-ウィーン二国間セミナーにて (Brendle 先生の講演)

- ▶ 平面上の図形 $X \subseteq \mathbb{R}^2$ (のうちの一部分) に対し, ゼロより小さくない数 $a(X)$ を対応させる “関数” が次のような性質を持っているとする:

(1) X が縦横サイズが r, s の長方形なら $a(X) = rs$

(2) $X \subseteq Y$ なら $a(X) \leq a(Y)$

(3) $X_n, n \in \mathbb{N}$ が互いに共通部分を持たないなら,
$$a\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} X_n\right) = \sum_{n \in \mathbb{N}} a(X_n)$$

(4) X をうらがえしたり, 平行移動したり回転したりして Y に重ねあわせられるときには, $a(X) = a(Y)$

$a: X \mapsto a(X)$ が上の性質を持つときには, $a(\cdot)$ は面積の概念を定義している, と考えていいだろう. ところが,

定理 (G. Vitali, 1905(明治 38)). 図形 $X \subseteq \mathbb{R}^2$ で, 上のような性質を持つ $a(\cdot)$ をどうとっても, $a(\cdot)$ での値の定義できないものが存在する.

▶ Vitali の定理の証明のスケッチ

$[0, 1] \times [0, 1]$ の部分集合 X で, 次の性質を持つものをとってくる:

- (a) どんな $\mathbf{q} = (q, q') \in [0, 1] \times [0, 1]$, $q, q' \in \mathbb{Q}$ に対しても
 $X \cap (X + \mathbf{q}) = \emptyset$.

ただし, $\mathbf{q} = (q, q')$ に対し,

$$X + \mathbf{q} = \{(x + q, x' + q') : (x, x') \in X\}$$

- (b) X は (a) の性質を持つ集合のうちで \subseteq に関して極大 (つまり, どの $X' \supsetneq X$ も (a) の性質を持たない)

▶ $a(X)$ はうまく定義できない:

$$Q = \{\mathbf{q} = (q, q') \in [0, 1] \times [0, 1] : q, q' \in \mathbb{Q}\} \text{ として}$$

- ▷ (b) から, $[0, 1] \times [0, 1] \subseteq \bigcup_{\mathbf{q} \in Q} X + \mathbf{q}$ だから, $a(X)$ が定義されていれば, (2) と (3) と (4) から $a(X) > 0$ でなければならない.

- ▷ ところが, このときには (2) と (3) から,

$$\infty = a\left(\bigcup_{\mathbf{q} \in Q} X + \mathbf{q}\right) < a([0, 2] \times [0, 2]) = 4 \text{ となり矛盾.}$$

□

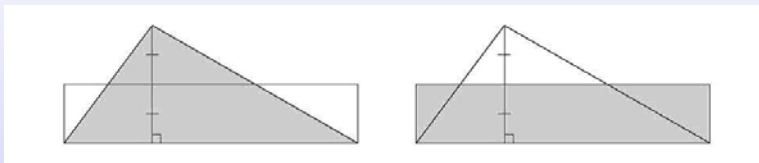
- ▶ 多角形に対しては，Vitali の定理のようなことが起ることはない：多角形は三角形に分割できるが，三角形の面積は一意に決まるから，(3) から，その面積はこれらの三角形の面積の和になる．

定理 (Wallace-Bolyai-Gerwien の定理, 1833(天保 4) 頃)
面積の等しい任意の多角形 P_1, P_2 に対し， P_1 をうまく有限個の多角形に分割すると，分割したこれらの多角形を組合せなおすことで， P_2 が得られる．

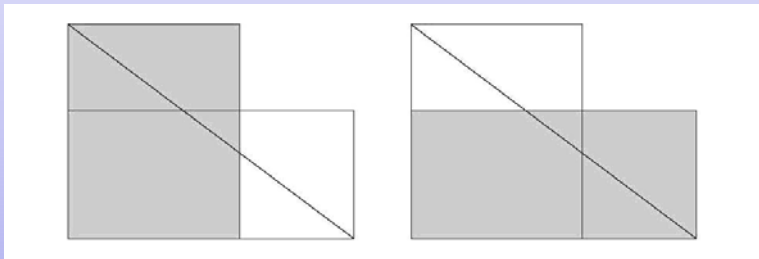
P_1 をうまく有限個の多角形に分割すると，分割したこれらの多角形を組合せなおすことで， P_2 が得られるとき， P_1, P_2 は，ハサミ合同 (scissors congruent) であるということにする．

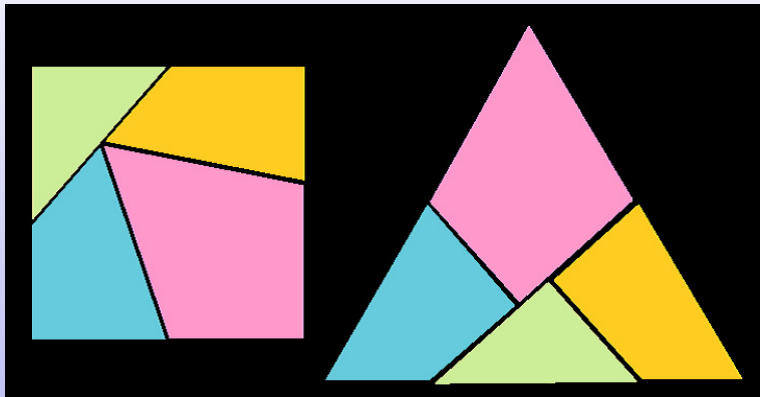
- ▶ **Wallace-Bolyai-Gerwien** の定理の証明のスケッチ
- ▶ 以下の事実を組み合わせれば証明できる:
 - ▷ すべての多角形は有限個の三角形に分割できる .
 - ▷ 三角形の 2 つの集まり t_1, t_2, \dots, t_m と t'_1, t'_2, \dots, t'_n が, それぞれの面積の和が等しいとき, これらの分割, u_1, u_2, \dots, u_ℓ と $u'_1, u'_2, \dots, u'_\ell$ で, 対応する u_i と u'_i の面積の等しいようなものがとれる .
 - ▷ 任意の三角形 t に対し, それと面積の等しい長方形 r で t と r はハサミ合同になっているようなものがとれる .

- ▷ 任意の三角形 t に対し, それと面積の等しい長方形 r で t と r はハサミ合同になっているようなものがとれる.



- ▷ 任意の面積の等しい2つの長方形はハサミ合同である.





<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Triangledissection.svg>