Locally “nice” spaces の
距離付け可能性と meta-Lindelöf 性

Sakaé Fuchino （渕野 昌）

中部大学 (Chubu Univ.)
fuchino@isc.chubu.ac.jp
http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/
(本スライドの pdf ファイルは上の web page にリンクされている／予定)

(December 23, 2008 (22:05) 版)

於 高崎経済大学
２００８ General Topology シンポジウム における講演

本スライドは pLaTeX + beamer class で作成されたものです.

共著者と出典

この発表で述べる新しい結果は主に以下の共著者との joint research で得られたものである:

István Juhász, Lajos Soukup,
Hiroshi Sakai (酒井 拓史), Zoltán Szentmiklóssy and
Toshimichi Usuba (薄葉 季路)

文献

[1] S. Fuchino, I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba, *Fodor-type Reflection Principle and reflection of metrizability and meta-Lindelöfness*, preprint.

[2] S. Fuchino, *Left-separated topological spaces under Fodor-type Reflection Principle*, to appear in: 数理解析研究所講究録.

[3] S. Fuchino H. Sakai, L. Soukup and T. Usuba, *More about the Fodor-type Reflection Principle*, in preparation.

共著者と出典

この発表で述べる新しい結果は主に以下の共著者との joint research で得られたものである:

István Juhász, Lajos Soukup,
Hiroshi Sakai (酒井 拓史), Zoltán Szentmiklóssy and
Toshimichi Usuba (薄葉 季路)

文献

[1] S. Fuchino, I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba, *Fodor-type Reflection Principle and reflection of metrizability and meta-Lindelöfness*, preprint.

[2] S. Fuchino, *Left-separated topological spaces under Fodor-type Reflection Principle*, to appear in: 数理解析研究所講究録.

[3] S. Fuchino H. Sakai, L. Soukup and T. Usuba, *More about the Fodor-type Reflection Principle*, in preparation.

共著者と出典

この発表で述べる新しい結果は主に以下の共著者との joint research で得られたものである:

István Juhász, Lajos Soukup,
Hiroshi Sakai (酒井 拓史), Zoltán Szentmiklóssy and
Toshimichi Usuba (薄葉 季路)

文献

[1] S. Fuchino, I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba, *Fodor-type Reflection Principle and reflection of metrizability and meta-Lindelöfness*, preprint.

[2] S. Fuchino, *Left-separated topological spaces under Fodor-type Reflection Principle*, to appear in: 数理解析研究所講究録.

[3] S. Fuchino H. Sakai, L. Soukup and T. Usuba, *More about the Fodor-type Reflection Principle*, in preparation.

共著者と出典

この発表で述べる新しい結果は主に以下の共著者との joint research で得られたものである:

István Juhász, Lajos Soukup,
Hiroshi Sakai (酒井 拓史), Zoltán Szentmiklóssy and
Toshimichi Usuba (薄葉 季路)

文献

[1] S. Fuchino, I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba, *Fodor-type Reflection Principle and reflection of metrizability and meta-Lindelöfness*, preprint.

[2] S. Fuchino, *Left-separated topological spaces under Fodor-type Reflection Principle*, to appear in: 数理解析研究所講究録.

[3] S. Fuchino H. Sakai, L. Soukup and T. Usuba, *More about the Fodor-type Reflection Principle*, in preparation.

共著者と出典

この発表で述べる新しい結果は主に以下の共著者との joint research で得られたものである:

István Juhász, Lajos Soukup,
Hiroshi Sakai (酒井 拓史), Zoltán Szentmiklóssy and
Toshimichi Usuba (薄葉 季路)

文献

[1] S. Fuchino, I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba, *Fodor-type Reflection Principle and reflection of metrizability and meta-Lindelöfness*, preprint.

[2] S. Fuchino, *Left-separated topological spaces under Fodor-type Reflection Principle*, to appear in: 数理解析研究所講究録.

[3] S. Fuchino H. Sakai, L. Soukup and T. Usuba, *More about the Fodor-type Reflection Principle*, in preparation.

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $< \kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq \kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $< |X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $<\kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq\kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $<|X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする．

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で， X の部分空間として， $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること．

さらに， κ を基数とするとき:

位相空間 X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $< \kappa$ の部分集合 Y が， X の部分空間として， $\mathcal{Q}$ を満たすこと． $\leq \kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する．
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは， X が $< |X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする．

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら， X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ なら， X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $<\kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq\kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $<|X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $< \kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq \kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $< |X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $< \kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq \kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $< |X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $<\kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq\kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $<|X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $<\kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq\kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $<|X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $< \kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq \kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $< |X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $< \kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

位相的局所性 vers. 集合論的局所性

$\mathcal{Q}$ を位相空間に関する性質とする.

位相空間 X が locally $\mathcal{Q}$ とは X の各点 p の近傍 U で, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすものが存在すること.

さらに, κ を基数とするとき:

位相空間 X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ とは X のすべての濃度 $<\kappa$ の部分集合 Y が, X の部分空間として, $\mathcal{Q}$ を満たすこと. $\leq\kappa$-$\mathcal{Q}$ も同様に定義する.
位相空間 X が almost $\mathcal{Q}$ とは, X が $<|X|$-$\mathcal{Q}$ であることとする.

ここでの問題のプロトタイプ

- X が locally-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?
- X が $<\kappa$-$\mathcal{Q}$ なら, X 自身も $\mathcal{Q}$ を満たすか?

ZFC での古典的な結果

以下では，位相空間と言ったときには，常に regular Hausdorff であると仮定する

- (Y.M. Smirnov, 1951) paracompact な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (well-known) locally compact で meta-Lindelöf な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (A. Dow, 1988) countably compact な位相空間は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable.

ZFC での古典的な結果

以下では，位相空間と言ったときには，常に regular Hausdorff であると仮定する

- (Y.M. Smirnov, 1951) paracompact な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (well-known) locally compact で meta-Lindelöf な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (A. Dow, 1988) countably compact な位相空間は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable.

ZFC での古典的な結果

以下では，位相空間と言ったときには，常に regular Hausdorff であると仮定する

- (Y.M. Smirnov, 1951) paracompact な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (well-known) locally compact で meta-Lindelöf な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (A. Dow, 1988) countably compact な位相空間は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable.

ZFC での古典的な結果

以下では，位相空間と言ったときには，常に regular Hausdorff であると仮定する

- (Y.M. Smirnov, 1951) paracompact な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (well-known) locally compact で meta-Lindelöf な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (A. Dow, 1988) countably compact な位相空間は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable.

ZFC での古典的な結果

以下では，位相空間と言ったときには，常に regular Hausdorff であると仮定する

- (Y.M. Smirnov, 1951) paracompact な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (well-known) locally compact で meta-Lindelöf な位相空間は，locally metrizable なら metrizable.
- (A. Dow, 1988) countably compact な位相空間は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable.

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．

- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$, 定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$, および, ω_1-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し，$I \in \mathcal{T}$ で，$S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する．

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔

(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;

(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し，常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる．

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である.
- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である.

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$, 定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$, および, ω_1-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し，$I \in \mathcal{T}$ で，$S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する.

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔
(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;
(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し，常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる.

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．

- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$, 定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$, および, ω_1-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し，$I \in \mathcal{T}$ で，$S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する．

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔

(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;

(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し，常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる．

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．
- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$，定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$，および，$\omega_1$-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し，$I \in \mathcal{T}$ で，$S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する．

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔
(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;
(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し，常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる．

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．

- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$, 定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$, および, ω_1-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し，$I \in \mathcal{T}$ で，$S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する．

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔
(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;
(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し，常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる．

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．
- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$, 定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$, および, ω_1-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し，$I \in \mathcal{T}$ で，$S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する．

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔

(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;

(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し，常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる．

既に知られていた ZFC からの独立性の結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると， point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら， X は left-separated である．
- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると， locally compact な位相空間 X は， $\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

Axiom R :⇔ すべての基数 $\kappa \geq \aleph_2$, 定常な $S \subseteq [\kappa]^{\aleph_0}$, および, ω_1-club な $\mathcal{T} \subseteq [\kappa]^{\aleph_1}$ に対し， $I \in \mathcal{T}$ で， $S \cap [I]^{\aleph_0}$ が $[I]^{\aleph_0}$ で定常になるようなものが存在する．

$\mathcal{T} \subseteq [X]^{\aleph_1}$ は ω_1-club :⇔

(i) $\mathcal{T}$ は $\subseteq$ に関し $[X]^{\aleph_1}$ で cofinal;

(ii) $\subseteq$ に関する長さ ω_1 の $\mathcal{T}$ での上昇列 $\langle x_\alpha : \alpha < \delta \rangle$ に対し， 常に $\bigcup_{\alpha<\delta} x_\alpha \in \mathcal{T}$ となる．

既に知られていた ZFC から独立な結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．

- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

(*) 定常集合 $S \subseteq E^\kappa_\omega$ $(= \{\alpha < \kappa : \mathrm{cf}(\alpha) = \omega\})$ で，すべての $\alpha < \kappa$ に対して，$S \cap \alpha$ が定常にならないようなもの (non-reflecting startionary set) が存在する

なら，上の結果の命題のそれぞれの反例となるような位相空間がそれぞれ作れる．

- たとえば，κ が successor cardinal で $\kappa = \lambda^+$ として，$\square_\lambda$ が成り立つなら，(*) が成り立つ．

以上から Fleissner の定理と Balogh の定理の命題は，両方とも ZFC から独立である．

既に知られていた ZFC から独立な結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．

- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

(*) 定常集合 $S \subseteq E^\kappa_\omega$ $(= \{\alpha < \kappa : \mathrm{cf}(\alpha) = \omega\})$ で，すべての $\alpha < \kappa$ に対して，$S \cap \alpha$ が定常にならないようなもの (non-reflecting startionary set) が存在する

なら，上の結果の命題のそれぞれの反例となるような位相空間がそれぞれ作れる．

- たとえば，κ が successor cardinal で $\kappa = \lambda^+$ として，$\square_\lambda$ が成り立つなら，(*) が成り立つ．

以上から Fleissner の定理と Balogh の定理の命題は，両方とも ZFC から独立である．

既に知られていた ZFC から独立な結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．
- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

(*) 定常集合 $S \subseteq E^\kappa_\omega$ $(= \{\alpha < \kappa : \mathrm{cf}(\alpha) = \omega\})$ で，すべての $\alpha < \kappa$ に対して，$S \cap \alpha$ が定常にならないようなもの (non-reflecting startionary set) が存在する

なら，上の結果の命題のそれぞれの反例となるような位相空間がそれぞれ作れる．

- たとえば，κ が successor cardinal で $\kappa = \lambda^+$ として，$\square_\lambda$ が成り立つなら，(*) が成り立つ．

以上から Fleissner の定理と Balogh の定理の命題は，両方とも ZFC から独立である．

既に知られていた ZFC から独立な結果

- (W. Fleissner 1986) Axiom R を仮定すると，point countable な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-left-separated なら，X は left-separated である．

- (Z. Balogh, 2002 (posthumous)) Axiom R を仮定すると，locally compact な位相空間 X は，$\leq \aleph_1$-metrizable なら metrizable である．

(*) 定常集合 $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ $(= \{\alpha < \kappa : \mathrm{cf}(\alpha) = \omega\})$ で，すべての $\alpha < \kappa$ に対して，$S \cap \alpha$ が定常にならないようなもの (non-reflecting startionary set) が存在する

なら，上の結果の命題のそれぞれの反例となるような位相空間がそれぞれ作れる．

- たとえば，κ が successor cardinal で $\kappa = \lambda^+$ として，$\Box_\lambda$ が成り立つなら，(*) が成り立つ．

以上から Fleissner の定理と Balogh の定理の命題は，両方とも ZFC から独立である．

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :$\Leftrightarrow$

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で, すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し, $f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し, $\xi^* < \kappa$ で, $f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :$\Leftrightarrow$

すべての正則基数 κ と, 定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ に対し, $\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で, $S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :⇔

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で, すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し, $f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し, $\xi^* < \kappa$ で, $f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :⇔

すべての正則基数 κ と, 定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ に対し, $\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で, $S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :⇔

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で，すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し,
$f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し，$\xi^* < \kappa$ で,
$f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :⇔

すべての正則基数 κ と，定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ に対し，$\alpha < \kappa$,
$cf(\alpha) = \omega_1$ で，$S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :⇔

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で, すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し, $f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し, $\xi^* < \kappa$ で, $f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :⇔

すべての正則基数 κ と, 定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ に対し, $\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で, $S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :⇔

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ と写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し, $I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で, すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し, $f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し, $\xi^* < \kappa$ で, $f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :⇔

すべての正則基数 κ と, 定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ に対し, $\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で, $S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :⇔

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ と写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し, $I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で, すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し, $f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し, $\xi^* < \kappa$ で, $f^{-1}{''}\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :⇔

すべての正則基数 κ と, 定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ に対し, $\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で, $S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \text{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \text{ORP}$

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :$\Leftrightarrow$

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で，すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し，$f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し，$\xi^* < \kappa$ で，$f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :$\Leftrightarrow$

すべての正則基数 κ と，定常な $S \subseteq E^\kappa_\omega$ に対し，$\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で，$S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \text{Axiom R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :$\Leftrightarrow$

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で, すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し, $f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し, $\xi^* < \kappa$ で, $f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :$\Leftrightarrow$

すべての正則基数 κ と, 定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ に対し, $\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で, $S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \mathrm{Axiom\ R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}$$

Fodor-type Reflection Principle

Fodor-type Reflecrtion Principle (FRP) :⇔

すべての正則基数 κ, すべての定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ と
写像 $g : S \to [\kappa]^{\aleph_0}$ に対し,
$I \in [\kappa]^{\aleph_1}$ で次を満たすものが存在する:

(0) $\mathrm{cf}(I) = \omega_1$;

(1) $g(\alpha) \subseteq I$ for all $\alpha \in I \cap S$;

(2) 任意の退行的な $f : S \cap I \to \kappa$ で，すべての $\alpha \in S \cap I$ に対し，$f(\alpha) \in g(\alpha)$ が成り立つようなものに対し，$\xi^* < \kappa$ で，$f^{-1}{}''\{\xi^*\}$ が $sup(I)$ で定常になるようなものが存在する.

Ordinal Reflecrtion Principle (ORP) :⇔

すべての正則基数 κ と，定常な $S \subseteq E^{\kappa}_{\omega}$ に対し，$\alpha < \kappa$, $cf(\alpha) = \omega_1$ で，$S \cap \alpha$ が α で定常になるようなものが存在する.

$$\boxed{\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed}) \Rightarrow \mathrm{Axiom\ R} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{FRP} \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \mathrm{ORP}}$$

Axiom R $\not\Leftarrow$ FRP

定理 1 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定する．$\mathbb{P}$ を *c.c.c.* を満たす *poset* とするとき，
$\Vdash_{\mathbb{P}}$ “FRP” が成り立つ． □

Remarks:

(1) Axiom R からは $2^{\aleph_0} \leq \aleph_2$ が帰結されるので，例えば，MA^+(σ-closed) のモデルから出発して，$2^{\aleph_0} > \aleph_2$ を force するような c.c.c. poset $\mathbb{P}$ で force すると，$V^{\mathbb{P}}$ で FRP は成り立っているが，Axiom R は成り立っていないようなモデルが得られる．

(2) 上の (1) と，MA^+(σ-closed) は CH とも矛盾しないことから，FRP は，連続体濃度に何の制限も果さないことがわかる．

Axiom R $\not\Leftarrow$ FRP

定理 1 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定する．$\mathbb{P}$ を *c.c.c.* を満たす *poset* とするとき，
$\Vdash_{\mathbb{P}}$ "FRP" が成り立つ． $\square$

Remarks:

(1) Axiom R からは $2^{\aleph_0} \leq \aleph_2$ が帰結されるので，例えば，$\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed})$ のモデルから出発して，$2^{\aleph_0} > \aleph_2$ を force するような c.c.c. poset $\mathbb{P}$ で force すると，$V^{\mathbb{P}}$ で FRP は成り立っているが，Axiom R は成り立っていないようなモデルが得られる．

(2) 上の (1) と，$\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed})$ は CH とも矛盾しないことから，FRP は，連続体濃度に何の制限も果さないことがわかる．

Axiom R $\not\Leftarrow$ FRP

定理 1 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定する．$\mathbb{P}$ を *c.c.c.* を満たす *poset* とするとき，
$\Vdash_{\mathbb{P}}$ "FRP" が成り立つ． $\square$

Remarks:

(1) Axiom R からは $2^{\aleph_0} \leq \aleph_2$ が帰結されるので，例えば，$\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed})$ のモデルから出発して，$2^{\aleph_0} > \aleph_2$ を force するような c.c.c. poset $\mathbb{P}$ で force すると，$V^{\mathbb{P}}$ で FRP は成り立っているが，Axiom R は成り立っていないようなモデルが得られる．

(2) 上の (1) と，$\mathrm{MA}^+(\sigma\text{-closed})$ は CH とも矛盾しないことから，FRP は，連続体濃度に何の制限も果さないことがわかる．

定理 1 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定する．$\mathbb{P}$ を *c.c.c.* を満たす *poset* とするとき，
$\Vdash_{\mathbb{P}}$ "FRP" が成り立つ． $\square$

Remarks:

(1) Axiom R からは $2^{\aleph_0} \leq \aleph_2$ が帰結されるので，例えば，$\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed})$ のモデルから出発して，$2^{\aleph_0} > \aleph_2$ を force するような c.c.c. poset $\mathbb{P}$ で force すると，$V^{\mathbb{P}}$ で FRP は成り立っているが，Axiom R は成り立っていないようなモデルが得られる．

(2) 上の (1) と，$\mathrm{MA}^{+}(\sigma\text{-closed})$ は CH とも矛盾しないことから，FRP は，連続体濃度に何の制限も果さないことがわかる．

FRP is enough！

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると，*point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-*left-separated* なら，X は *left-separated* である．

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると，*locally separable* で，*countably tight* な位相空間は，$\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら，*meta-Lindelöf* である．

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から，次が導ける．

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると，*locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である．

FRP is enough !

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると， *point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-*left-separated* なら， X は *left-separated* である.

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると， *locally separable* で， *countably tight* な位相空間は， $\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら， *meta-Lindelöf* である.

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から，次が導ける.

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると， *locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である.

FRP is enough !

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\le \aleph_1$-*left-separated* なら, X は *left-separated* である.

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると, *locally separable* で, *countably tight* な位相空間は, $\le \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら, *meta-Lindelöf* である.

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から, 次が導ける.

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *locally countably compact* な位相空間は $\le \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である.

FRP is enough !

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-*left-separated* なら, X は *left-separated* である.

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると, *locally separable* で, *countably tight* な位相空間は, $\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら, *meta-Lindelöf* である.

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から, 次が導ける.

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である.

FRP is enough !

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-*left-separated* なら, X は *left-separated* である.

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると, *locally separable* で, *countably tight* な位相空間は, $\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら, *meta-Lindelöf* である.

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から, 次が導ける.

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である.

FRP is enough !

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-*left-separated* なら, X は *left-separated* である.

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると, *locally separable* で, *countably tight* な位相空間は, $\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら, *meta-Lindelöf* である.

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から, 次が導ける.

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である.

FRP is enough !

定理 2 (S.F.)

Fleissner の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *point countable* な開基を持つ T_1-空間 X が $\leq \aleph_1$-*left-separated* なら, X は *left-separated* である.

定理 3 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

FRP を仮定すると, *locally separable* で, *countably tight* な位相空間は, $\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら, *meta-Lindelöf* である.

(X が meta-Lindelöf $\Leftrightarrow$ X の開被覆に対し point countable な refinement が存在する)

定理 3 と次ページ定理 5 から, 次が導ける.

定理 4 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

Balogh の定理は FRP から導ける: FRP を仮定すると, *locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である.

Some other ZFC results

前ページの定理 4 は，定理 3 と次の定理から容易に証明できる:

定理 5 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を *locally countably compact* で *meta-Lindelöf* な位相空間とするとき，X が $\leq \aleph_1$-*matrizable* なら，X は *metrizable* である．

定理 4 の 定理 3 と 定理 5 からの証明:
X を locally countably compact で $\leq \aleph_1$-metrizable な位相空間とする．このとき，X の各点の近傍で，compact なものがあるが，このような近傍は $\leq \aleph_1$-metrizable なので，Dow の定理から，metrizable である．

したがって，X は locally separable で countably tight となることがわかり，$\leq \aleph_1$-metrizable であることから特に $\leq \aleph_1$-meta-Lindelöf でもある．したがって，定理 3 から，X は meta-Lindelöf である．

ここで，定理 5 を用いると，X は metrizable であることが帰結できる． $\square$

Some other ZFC results

前ページの定理 4 は，定理 3 と次の定理から容易に証明できる:

定理 5 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を locally countably compact で meta-Lindelöf な位相空間とするとき，X が $\leq \aleph_1$-matrizable なら，X は metrizable である．

定理 4 の 定理 3 と 定理 5 からの証明:
X を locally countably compact で $\leq \aleph_1$-metrizable な位相空間とする．このとき，X の各点の近傍で，compact なものがあるが，このような近傍は $\leq \aleph_1$-metrizable なので，Dow の定理から，metrizable である．

したがって，X は locally separable で countably tight となることがわかり，$\leq \aleph_1$-metrizable であることから特に $\leq \aleph_1$-meta-Lindelöf でもある．したがって，定理 3 から，X は meta-Lindelöf である．

ここで，定理 5 を用いると，X は metrizable であることが帰結できる．$\square$

Some other ZFC results

前ページの定理 4 は，定理 3 と次の定理から容易に証明できる:

定理 5 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を *locally countably compact* で *meta-Lindelöf* な位相空間とするとき，X が $\leq \aleph_1$-*matrizable* なら，X は *metrizable* である．

定理 4 の 定理 3 と 定理 5 からの証明:

X を locally countably compact で $\leq \aleph_1$-metrizable な位相空間とする．このとき，X の各点の近傍で，compact なものがあるが，このような近傍は $\leq \aleph_1$-metrizable なので，Dow の定理から，metrizable である．

したがって，X は locally separable で countably tight となることがわかり，$\leq \aleph_1$-metrizable であることから特に $\leq \aleph_1$-meta-Lindelöf でもある．したがって，定理 3 から，X は meta-Lindelöf である．

ここで，定理 5 を用いると，X は metrizable であることが帰結できる．

□

Some other ZFC results

前ページの定理 4 は，定理 3 と次の定理から容易に証明できる:

定理 5 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を locally countably compact で meta-Lindelöf な位相空間とするとき，X が $\leq \aleph_1$-matrizable なら，X は metrizable である.

定理 4 の 定理 3 と 定理 5 からの証明:
X を locally countably compact で $\leq \aleph_1$-metrizable な位相空間とする．このとき，X の各点の近傍で，compact なものがあるが，このような近傍は $\leq \aleph_1$-metrizable なので，Dow の定理から，metrizable である.

したがって，X は locally separable で countably tight となることがわかり，$\leq \aleph_1$-metrizable であることから特に $\leq \aleph_1$-meta-Lindelöf でもある．したがって，定理 3 から，X は meta-Lindelöf である.

ここで，定理 5 を用いると，X は metrizable であることが帰結できる. $\square$

Some other ZFC results (2)

$L(X)$ で X の Lindelöf degree をあらわす．つまり，$L(X) = min\{\kappa$: X のすべての開被覆は濃度 $\leq \kappa$ の部分被覆を持つ $\}$.

$\kappa = \aleph_1$ に対する FRP は Fodor's Lemma と同値となり， ZFC で証明できることと，定理 3 と 定理 4 から:

定理 6 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally separable* で，*countably tight* な位相空間は，$\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら，*meta-Lindelöf* である．

定理 7 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である．

Some other ZFC results (2)

$L(X)$ で X の Lindelöf degree をあらわす．つまり，$L(X) = min\{\kappa$: X のすべての開被覆は濃度 $\leq \kappa$ の部分被覆を持つ $\}$.

$\kappa = \aleph_1$ に対する FRP は Fodor's Lemma と同値となり，ZFC で証明できることと，定理 3 と 定理 4 から:

定理 6 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally separable* で，*countably tight* な位相空間は，$\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら，*meta-Lindelöf* である．

定理 7 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である．

Some other ZFC results (2)

$L(X)$ で X の Lindelöf degree をあらわす．つまり，$L(X) = min\{\kappa$: X のすべての開被覆は濃度 $\leq \kappa$ の部分被覆を持つ $\}$.

$\kappa = \aleph_1$ に対する FRP は Fodor's Lemma と同値となり，ZFC で証明できることと，定理 3 と 定理 4 から:

定理 6 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally separable* で，*countably tight* な位相空間は，$\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら，*meta-Lindelöf* である．

定理 7 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である．

Some other ZFC results (2)

$L(X)$ で X の Lindelöf degree をあらわす．つまり，$L(X) = min\{\kappa$: X のすべての開被覆は濃度 $\leq \kappa$ の部分被覆を持つ $\}$.

$\kappa = \aleph_1$ に対する FRP は Fodor's Lemma と同値となり，ZFC で証明できることと，定理 3 と 定理 4 から:

定理 6 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally separable* で，*countably tight* な位相空間は，$\leq \aleph_1$-*meta-Lindelöf* なら，*meta-Lindelöf* である．

定理 7 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

$L(X) \leq \aleph_1$ となる，*locally countably compact* な位相空間は $\leq \aleph_1$-*metrizable* なら *metrizable* である．

Singular (In)Compactness Theorem

次のような Shelah Singular Compactness Theorem に類似の定理が成り立つ.

定理 8 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を，濃度が特異基数となるような，*locally separable* な空間とする．このとき，X が *almost meta-Lindelöf* なら，X は *meta-Lindelöf* である.

定理 9 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を，濃度が特異基数となるような，*locally separable* な空間とする．このとき，X が *almost metrizable* なら，X は *metrizable* である.

Remark

"locally separable" を落すと，上の結果は成り立たないことは，Hajnal と Juhász による 1970 年代の研究で知られている.

Singular (In)Compactness Theorem

次のような Shelah Singular Compactness Theorem に類似の定理が成り立つ.

定理 8 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を，濃度が特異基数となるような，*locally separable* な空間とする．このとき，X が *almost meta-Lindelöf* なら，X は *meta-Lindelöf* である.

定理 9 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を，濃度が特異基数となるような，*locally separable* な空間とする．このとき，X が *almost metrizable* なら，X は *metrizable* である.

Remark

"locally separable" を落すと，上の結果は成り立たないことは，Hajnal と Juhász による 1970 年代の研究で知られている.

Singular (In)Compactness Theorem

次のような Shelah Singular Compactness Theorem に類似の定理が成り立つ.

定理 8 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を，濃度が特異基数となるような，*locally separable* な空間とする．このとき，X が *almost meta-Lindelöf* なら，X は *meta-Lindelöf* である.

定理 9 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を，濃度が特異基数となるような，*locally separable* な空間とする．このとき，X が *almost metrizable* なら，X は *metrizable* である.

Remark

"locally separable" を落すと，上の結果は成り立たないことは，Hajnal と Juhász による 1970 年代の研究で知られている.

Singular (In)Compactness Theorem

次のような Shelah Singular Compactness Theorem に類似の定理が成り立つ.

定理 8 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を, 濃度が特異基数となるような, locally separable な空間とする. このとき, X が almost meta-Lindelöf なら, X は meta-Lindelöf である.

定理 9 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を, 濃度が特異基数となるような, locally separable な空間とする. このとき, X が almost metrizable なら, X は metrizable である.

Remark

"locally separable" を落すと, 上の結果は成り立たないことは, Hajnal と Juhász による 1970 年代の研究で知られている.

Singular (In)Compactness Theorem

次のような Shelah Singular Compactness Theorem に類似の定理が成り立つ.

定理 8 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を, 濃度が特異基数となるような, *locally separable* な空間とする. このとき, X が *almost meta-Lindelöf* なら, X は *meta-Lindelöf* である.

定理 9 (S.F., I. Juhász, L. Soukup, Z. Szentmiklóssy and T. Usuba)

X を, 濃度が特異基数となるような, *locally separable* な空間とする. このとき, X が *almost metrizable* なら, X は *metrizable* である.

Remark

"locally separable" を落すと, 上の結果は成り立たないことは, Hajnal と Juhász による 1970 年代の研究で知られている.


終