

数 理 科 学

2008 年秋学期@中部大学

Sakaé Fuchino (湊野 昌)

中部大学 (Chubu Univ.)
fuchino@isc.chubu.ac.jp

October 17, 2008 (02:24 JST) 版

2008 年 10 月 2 日 (第 2 回 目) の 講 義

このスライドは p_AT_EX + beamer class で作成しています。

本講義の講師（淵野 昌）の email アドレス・URL 等について

数理科学・(2/13)

本講義に関する資料や、講義で用いたスライド等は以下のページに順次リンクされる予定です:

~~<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/~fuchino/chubu/index.html>~~

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/index.html>

私のメールアドレスは

fuchino@isc.chubu.ac.jp

です。質問などをメールでしたいときには、遠慮なく上のアドレスにメールを書いてください。ただし、このアドレスには、通常一日に 300 通以上のスパムが届くため、きつめのスパムフィルターがかかっています。私にメールを書くときには、スパムフィルターにかからないようなメールの書き方をしてください。

本講義の講師（[淵野 昌](#)）の email アドレス・URL 等について

数理科学・(2/13)

本講義に関する資料や、講義で用いたスライド等は以下のページに順次リンクされる予定です:

~~<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/~fuchino/chubu/index.html>~~

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/index.html>

私のメールアドレスは

fuchino@isc.chubu.ac.jp

です。質問などをメールでしたいときには、遠慮なく上のアドレスにメールを書いてください。ただし、このアドレスには、通常一日に 300 通以上のスパムが届くため、きつめのスパムフィルターがかかっています。私にメールを書くときには、スパムフィルターにかからないようなメールの書き方をしてください。

本講義の講師（**淵野 昌**）の email アドレス・URL 等について

数理科学・(2/13)

本講義に関する資料や、講義で用いたスライド等は以下のページに順次リンクされる予定です:

~~<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/~fuchino/chubu/index.html>~~

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/index.html>

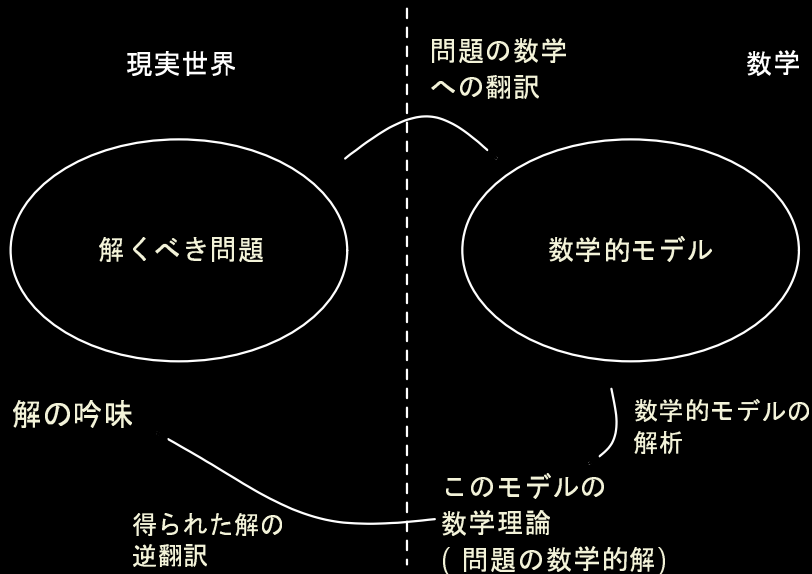
私のメールアドレスは

fuchino@isc.chubu.ac.jp

です。質問などをメールでしたいときには、遠慮なく上のアドレスにメールを書いてください。ただし、このアドレスには、通常一日に 300 通以上のスパムが届くため、きつめのスパムフィルターがかかっています。私にメールを書くときには、スパムフィルターにかからないようなメールの書き方をしてください。

数学による現象解析／問題解決

数理科学・前回の復習 (3/13)



- ◎ 解くべき問題の数学への翻訳では、理想化や簡略化がなされている可能性があるため、必ずしも正しいあるいは正確な翻訳になっているとは限らない。そこで、このことの検証や検討は別途に必要となる。
- ◎ 数学モデルの解析の際に技術的な制約から、さらにモデルを簡略化する必要がでる場合もある。この簡略化により、数学モデルでの解の逆翻訳により得られる解と、そこで実際に得られるべき解の間に乖離が生じている可能性もある。
- ◎ モデルを作る際や、得られた解を解釈する際などに、主観から来る手加減や、あるべき解の解釈からのずれが生じる危険もある。

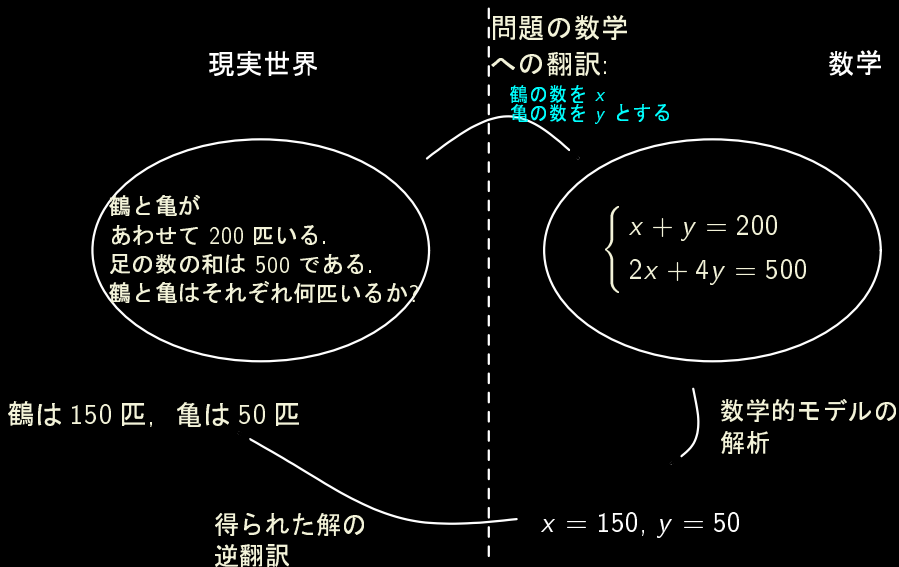
- ◎ 解くべき問題の数学への翻訳では、理想化や簡略化がなされている可能性があるため、必ずしも正しいあるいは正確な翻訳になっているとは限らない。そこで、このことの検証や検討は別途に必要となる。
- ◎ 数学モデルの解析の際に技術的な制約から、さらにモデルを簡略化する必要がでる場合もある。この簡略化により、数学モデルでの解の逆翻訳により得られる解と、そこで実際に得られるべき解の間に乖離が生じている可能性もある。
- ◎ モデルを作る際や、得られた解を解釈する際などに、主観から来る手加減や、あるべき解の解釈からのずれが生じる危険もある。

- ◎ 解くべき問題の数学への翻訳では、理想化や簡略化がなされている可能性があるため、必ずしも正しいあるいは正確な翻訳になっているとは限らない。そこで、このことの検証や検討は別途に必要となる。
- ◎ 数学モデルの解析の際に技術的な制約から、さらにモデルを簡略化する必要がでる場合もある。この簡略化により、数学モデルでの解の逆翻訳により得られる解と、そこで実際に得られるべき解の間に乖離が生じている可能性もある。
- ◎ モデルを作る際や、得られた解を解釈する際などに、主観から来る手加減や、あるべき解の解釈からのずれが生じる危険もある。

- ◎ 解くべき問題の数学への翻訳では、理想化や簡略化がなされている可能性があるため、必ずしも正しいあるいは正確な翻訳になっているとは限らない。そこで、このことの検証や検討は別途に必要となる。
- ◎ 数学モデルの解析の際に技術的な制約から、さらにモデルを簡略化する必要がでる場合もある。この簡略化により、数学モデルでの解の逆翻訳により得られる解と、そこで実際に得られるべき解の間に乖離が生じている可能性もある。
- ◎ モデルを作る際や、得られた解を解釈する際などに、主観から来る手加減や、あるべき解の解釈からのずれが生じる危険もある。

鶴亀算の例を前出の図式にあてはめてみる

数理科学・前回の復習 (5/13)



連立方程式を解くことに帰着できる問題の例

数理科学・連立方程式の応用例 (6/13)

鶴亀算（つるかめざん）は連立方程式の応用例だったが、現実の問題で、連立方程式を解くことに帰着できるものも少なくないので、次に、そのような例をいくつか見てみることにする。

以下の例はすべて：

David C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*,
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

連立方程式を解くことに帰着できる問題の例

数理科学・連立方程式の応用例 (6/13)

鶴亀算（つるかめざん）は連立方程式の応用例だったが、現実の問題で、連立方程式を解くことに帰着できるものも少なくないので、次に、そのような例をいくつか見てみることにする。

以下の例はすべて：

David C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*,
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

連立方程式を解くことに帰着できる問題の例

数理科学・連立方程式の応用例 (6/13)

鶴亀算（つるかめざん）は連立方程式の応用例だったが、現実の問題で、連立方程式を解くことに帰着できるものも少なくないので、次に、そのような例をいくつか見てみることにする。

以下の例はすべて：

David C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*,
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

経済モデル

数理科学・連立方程式の応用例 (7/13)

採炭，電力，鉄鋼業の3つの産業のみからなる経済システムを考える。

注意：現実にはこのような経済システムはありえないが，ここではモデルが機能することを見ることを問題としているので，わざと極端に単純化された状況を考えてみる。

産業	アウトプット（製品）
採炭	石炭
電力	電気
鉄鋼業	鋼鉄

経済モデル

数理科学・連立方程式の応用例 (7/13)

採炭，電力，鉄鋼業の3つの産業のみからなる経済システムを考える。

注意： 現実にはこのような経済システムはありえないが，ここではモデルが機能することを見ることを問題としているので，わざと極端に単純化された状況を考えてみている。

産業	アウトプット（製品）
採炭	石炭
電力	電気
鉄鋼業	鋼鉄

経済モデル

数理科学・連立方程式の応用例 (7/13)

採炭，電力，鉄鋼業の3つの産業のみからなる経済システムを考える。

注意：現実にはこのような経済システムはありえないが，ここではモデルが機能することを見ることを問題としているので，わざと極端に単純化された状況を考えてみている。

産業	アウトプット（製品）
採炭	石炭
電力	電気
鉄鋼業	鋼鉄

経済モデル（続き）

数理学・連立方程式の応用例 (8/13)

それぞれの産業は、生産のために、その産業自身や他の産業からのアウトプットを購入する必要があるが、それぞれの産業へのアウトプット（製品）の分配は次のようになっているとする：

産業 \ 製品	石炭	電気	鋼鉄
採炭	0.0	0.4	0.6
電力	0.6	0.1	0.2
鉄鋼業	0.4	0.5	0.2

これらの産業の収支のバランスがとれるような価格の設定が、次のような連立方程式を解くことで得られる：

鉄鋼業、電力、採炭のそれぞれの年間生産（＝年間売上）の価格を、 P_C , P_E , P_S とする。（price, coal, electric, steel）

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

経済モデル（続き）

数理学・連立方程式の応用例 (8/13)

それぞれの産業は、生産のために、その産業自身や他の産業からのアウトプットを購入する必要があるが、それぞれの産業へのアウトプット（製品）の分配は次のようになっているとする：

産業 \ 製品	石炭	電気	鋼鉄
採炭	0.0	0.4	0.6
電力	0.6	0.1	0.2
鉄鋼業	0.4	0.5	0.2

これらの産業の収支のバランスがとれるような価格の設定が、次のような連立方程式を解くことで得られる：

鉄鋼業、電力、採炭のそれぞれの年間生産（＝年間売上）の価格を、 P_C , P_E , P_S とする。（price, coal, electric, steel）

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

経済モデル（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (8/13)

それぞれの産業は、生産のために、その産業自身や他の産業からのアウトプットを購入する必要があるが、それぞれの産業へのアウトプット（製品）の分配は次のようになっているとする：

産業 \ 製品	石炭	電気	鋼鉄
採炭	0.0	0.4	0.6
電力	0.6	0.1	0.2
鉄鋼業	0.4	0.5	0.2

これらの産業の収支のバランスがとれるような価格の設定が、次のような連立方程式を解くことで得られる：

鉄鋼業，電力，採炭のそれぞれの年間生産（＝年間売上）の価格を， P_C ， P_E ， P_S とする．（price，coal，electric，steel）

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

経済モデル（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (8/13)

それぞれの産業は、生産のために、その産業自身や他の産業からのアウトプットを購入する必要があるが、それぞれの産業へのアウトプット（製品）の分配は次のようになっているとする：

産業 \ 製品	石炭	電気	鋼鉄
採炭	0.0	0.4	0.6
電力	0.6	0.1	0.2
鉄鋼業	0.4	0.5	0.2

これらの産業の収支のバランスがとれるような価格の設定が、次のような連立方程式を解くことで得られる：

鉄鋼業，電力，採炭のそれぞれの年間生産（＝年間売上）の価格を， P_C ， P_E ， P_S とする。（price，coal，electric，steel）

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

経済モデル（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (8/13)

それぞれの産業は、生産のために、その産業自身や他の産業からのアウトプットを購入する必要があるが、それぞれの産業へのアウトプット（製品）の分配は次のようになっているとする：

産業 \ 製品	石炭	電気	鋼鉄
採炭	0.0	0.4	0.6
電力	0.6	0.1	0.2
鉄鋼業	0.4	0.5	0.2

これらの産業の収支のバランスがとれるような価格の設定が、次のような連立方程式を解くことで得られる：

鉄鋼業、電力、採炭のそれぞれの年間生産（＝年間売上）の価格を、 P_C , P_E , P_S とする。（price, coal, electric, steel）

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

経済モデル（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (8/13)

それぞれの産業は、生産のために、その産業自身や他の産業からのアウトプットを購入する必要があるが、それぞれの産業へのアウトプット（製品）の分配は次のようになっているとする：

産業 \ 製品	石炭	電気	鋼鉄
採炭	0.0	0.4	0.6
電力	0.6	0.1	0.2
鉄鋼業	0.4	0.5	0.2

これらの産業の収支のバランスがとれるような価格の設定が、次のような連立方程式を解くことで得られる：

鉄鋼業、電力、採炭のそれぞれの年間生産（＝年間売上）の価格を、 P_C , P_E , P_S とする。（price, coal, electric, steel）

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

経済モデル (続き 2)

数理科学・連立方程式の応用例 (9/13)

採炭, 電力, 鉄鋼業のそれぞれの年間生産 (= 年間売上) の価格を, P_C , P_E , P_S とする. (price, coal, electric, steel)

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

この連立方程式を解くと, $P_C = 0.94P_S$, $P_E = 0.85P_S$ が得られる.

経済モデル (続き 2)

数理学・連立方程式の応用例 (9/13)

採炭, 電力, 鉄鋼業のそれぞれの年間生産 (= 年間売上) の価格を, P_C , P_E , P_S とする. (price, coal, electric, steel)

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

この連立方程式を解くと, $P_C = 0.94P_S$, $P_E = 0.85P_S$ が得られる.

経済モデル (続き 2)

数理学・連立方程式の応用例 (9/13)

採炭, 電力, 鉄鋼業のそれぞれの年間生産 (= 年間売上) の価格を, P_C , P_E , P_S とする. (price, coal, electric, steel)

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases}$$

この連立方程式を解くと, $P_C = 0.94P_S$, $P_E = 0.85P_S$ が得られる.

化学式

数理科学・連立方程式の応用例 (10/13)

プロパン C_3H_8 が完全燃焼して（つまり酸素 O_2 と反応して）二酸化炭素 (CO_2) と水 (H_2O) ができるときの化学反応式



(l 個のプロパン分子が m 個の酸素分子と反応して、 n 個の二酸化炭素分子と o 個の水分子ができる)

の係数 l, m, n, o は次のようにして求めることができる。

→ の左側（反応前）と右側（反応後）の炭素原子の数は等しくなくてはならず、水素原子、酸素原子についても同様である。このことを等式に表すと：

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + o & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

化学式

数理科学・連立方程式の応用例 (10/13)

プロパン C_3H_8 が完全燃焼して（つまり酸素 O_2 と反応して）二酸化炭素 (CO_2) と水 (H_2O) ができるときの化学反応式



(l 個のプロパン分子が m 個の酸素分子と反応して、 n 個の二酸化炭素分子と o 個の水分子ができる)

の係数 l, m, n, o は次のようにして求めることができる。

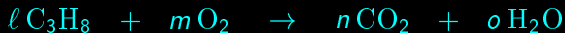
→ の左側（反応前）と右側（反応後）の炭素原子の数は等しくなくてはならず、水素原子、酸素原子についても同様である。このことを等式に表すと：

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + o & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

化学式

数理科学・連立方程式の応用例 (10/13)

プロパン C_3H_8 が完全燃焼して（つまり酸素 O_2 と反応して）二酸化炭素 (CO_2) と水 (H_2O) ができるときの化学反応式



(l 個のプロパン分子が m 個の酸素分子と反応して、 n 個の二酸化炭素分子と o 個の水分子ができる)

の係数 l, m, n, o は次のようにして求めることができる。

→ の左側（反応前）と右側（反応後）の炭素原子の数は等しくなくてはならず、水素原子、酸素原子についても同様である。このことを等式に表すと：

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + o & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

化学式

数理科学・連立方程式の応用例 (10/13)

プロパン C_3H_8 が完全燃焼して（つまり酸素 O_2 と反応して）二酸化炭素 (CO_2) と水 (H_2O) ができるときの化学反応式



(l 個のプロパン分子が m 個の酸素分子と反応して、 n 個の二酸化炭素分子と o 個の水分子ができる)

の係数 l, m, n, o は次のようにして求めることができる。

→ の左側（反応前）と右側（反応後）の炭素原子の数は等しくなくてはならず、水素原子、酸素原子についても同様である。このことを等式に表すと：

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + o & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

化学式（続き）

数理学科学・連立方程式の応用例 (11/13)

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + 0 & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

係数がゼロの項を消すと,

$$\begin{cases} 3l = n \\ 8l = 2o \\ 2m = 2n + 0 \end{cases}$$

この連立方程式の解は、 o を基準にすると、 $l = \frac{1}{4}o$, $m = \frac{5}{4}o$, $n = \frac{3}{4}o$ となる。 o に 4 を代入すると、 $l = 1$, $m = 5$, $n = 3$, $o = 4$ が上の連立方程式の整数解（の 1 つ）となることがわかる。したがって、この化学式は



と書ける。

化学式（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (11/13)

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + 0 & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

係数がゼロの項を消すと,

$$\begin{cases} 3l = n \\ 8l = 2o \\ 2m = 2n + 0 \end{cases}$$

この連立方程式の解は、 o を基準にすると、 $l = \frac{1}{4}o$, $m = \frac{5}{4}o$, $n = \frac{3}{4}o$ となる。 o に 4 を代入すると、 $l = 1$, $m = 5$, $n = 3$, $o = 4$ が上の連立方程式の整数解（の 1 つ）となることがわかる。したがって、この化学式は



と書ける。

化学式（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (11/13)

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + 0 & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

係数がゼロの項を消すと,

$$\begin{cases} 3l = n \\ 8l = 2o \\ 2m = 2n + 0 \end{cases}$$

この連立方程式の解は、 o を基準にすると、 $l = \frac{1}{4}o$, $m = \frac{5}{4}o$, $n = \frac{3}{4}o$ となる。 o に 4 を代入すると、 $l = 1$, $m = 5$, $n = 3$, $o = 4$ が上の連立方程式の整数解（の 1 つ）となることがわかる。したがって、この化学式は



と書ける。

化学式（続き）

数理科学・連立方程式の応用例 (11/13)

$$\begin{cases} 3l + 0m = n + 0o & \cdots \text{炭素原子 (C) の数に関する等式} \\ 8l + 0m = 0n + 2o & \cdots \text{水素原子 (H) の数に関する等式} \\ 0l + 2m = 2n + 0 & \cdots \text{酸素原子 (O) の数に関する等式} \end{cases}$$

係数がゼロの項を消すと,

$$\begin{cases} 3l = n \\ 8l = 2o \\ 2m = 2n + 0 \end{cases}$$

この連立方程式の解は、 o を基準にすると、 $l = \frac{1}{4}o$, $m = \frac{5}{4}o$, $n = \frac{3}{4}o$ となる。 o に 4 を代入すると、 $l = 1$, $m = 5$, $n = 3$, $o = 4$ が上の連立方程式の整数解（の 1 つ）となることがわかる。したがって、この化学式は



と書ける。

第 1 回目の Reaction Paper (次回の講義時間に書いてもらう予定)

数理科学・リアクション・ペーパー (12/13)

次の少なくとも 1 つ (全部が望ましい) に答えてください。

1. 化学式の例で出てきた右の連立方程式を解いて、 l , m , n を o を使って表してください。

$$\begin{cases} 3l = n \\ 8l = 2o \\ 2m = 2n + o \end{cases}$$

2. 「数理科学」に関して、あなたの経験や、あなたの学科の専門などに関連することなど、何か (何でも) 書いてください。

3. あなたが今一番興味を持っていることについて書いてください。

4. この講義に対する要望やコメントがあれば書いてください。

5. あなたがこのリアクションペーパーに書いたことについて、私が講義の中で (誰が書いたことかは公表せずに) コメントすることになってもいいですか?

【 a. コメントしてもらっていい. b. コメントしてほしくない.
c. どちらでもよい. 】

終

終