

数 理 科 学

2008 年秋学期@中部大学

Sakaé Fuchino (梶野 昌)

中部大学 (Chubu Univ.)

`fuchino@isc.chubu.ac.jp`

`http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/`

2008 年 10 月 9 日 (第 3 回 目) の 講 義 (October 9, 2008 (13:30) 版)

このスライドは `pATEX + beamer class` で作成しています。

前回の講義で、連立方程式の応用例として、経済モデルの分析と化学式の係数の決定 をとりあげた。

そのときにも述べたように、これらの例や、今日取り上げることになる例は、

David C. Lay,

Linear Algebra and Its Applications, (線型代数とその応用)

Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

Linear algebra (線型代数) は、連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で、純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の1つである。

前回の講義で、連立方程式の応用例として、**経済モデルの分析** と **化学式の係数の決定** をとりあげた。

そのときにも述べたように、これらの例や、今日取り上げることになる例は、

David C. Lay,

Linear Algebra and Its Applications, (線型代数とその応用)

Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

Linear algebra (^{せんけいだいすう}線型代数) は、連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で、純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の1つである。

前回の講義で、連立方程式の応用例として、**経済モデルの分析** と **化学式の係数の決定** をとりあげた。

そのときにも述べたように、これらの例や、今日取り上げることになる例は、

David C. Lay,

Linear Algebra and Its Applications, (線型代数とその応用)

Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

Linear algebra (^{せんけいだいすう}線型代数) は、連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で、純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の1つである。

前回の講義で、連立方程式の応用例として、**経済モデルの分析** と **化学式の係数の決定** をとりあげた。

そのときにも述べたように、これらの例や、今日取り上げることになる例は、

David C. Lay,

Linear Algebra and Its Applications, (線型代数とその応用)

Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

Linear algebra (^{せんけいだいすう}線型代数) は、連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で、純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の1つである。

前回の講義で、連立方程式の応用例として、**経済モデルの分析** と **化学式の係数の決定** をとりあげた。

そのときにも述べたように、これらの例や、今日取り上げることになる例は、

David C. Lay,

Linear Algebra and Its Applications, (線型代数とその応用)

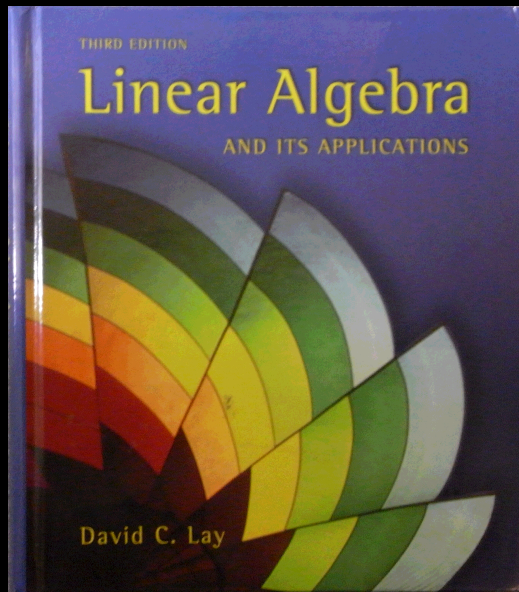
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである。

Linear algebra (^{せんけいだいすう}線型代数) は、連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で、純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の1つである。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（3/10）



1

Linear Equations in Linear Algebra

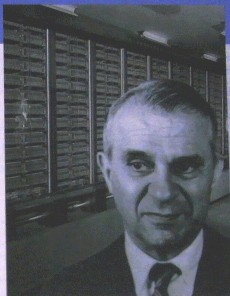
WEB

INTRODUCTORY EXAMPLE

Linear Models in Economics and Engineering

It was late summer in 1949. Harvard Professor Wassily Leontief was carefully feeding the last of his punched cards into the university's Mark II computer. The cards contained economic information about the U.S. economy and represented a summary of more than 250,000 pieces of information produced by the U.S. Bureau of Labor Statistics after two years of intensive work. Leontief had divided the U.S. economy into 500 "sectors," such as the coal industry, the automotive industry, communications, and so on. For each sector, he had written a linear equation that described how the sector distributed its output to the other sectors of the economy. Because the Mark II, one of the largest computers of its day, could not handle the resulting system of 500 equations in 500 unknowns, Leontief had distilled the problem into a system of 42 equations in 42 unknowns.

Programming the Mark II computer for Leontief's 42 equations had required several months of effort, and he was anxious to see how long the computer would take to solve the problem. The Mark II hummed and blinked for 56 hours before finally producing a solution. We will discuss the nature of this solution in Sections 1.6 and 2.6.



Leontief, who was awarded the 1973 Nobel Prize in Economic Science, opened the door to a new era in mathematical modeling in economics. His efforts at Harvard in 1949 marked one of the first significant uses of computers to analyze what was then a large-scale mathematical model. Since that time, researchers in many other fields have employed computers to analyze mathematical models. Because of the massive amounts of data involved, the models are usually *linear*; that is, they are described by *systems of linear equations*.

The importance of linear algebra for applications has risen in direct proportion to the increase in computing power, with each new generation of hardware and software triggering a demand for even greater capabilities.

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（5/10）

前ページの和訳（一部抄訳）：1949年の夏のことだった。ハーバード大学教授のワシリー・レオニティエフは、細心の注意をはらって彼のパンチカードの最後の数枚を大学の Mark II コンピュータに入力していた。パンチカードは、合州国経済に関する情報が入っていて、アメリカ労働統計局が2年間かけて収集した250,000件もの情報を集約するものだった。

レオニティエフは、アメリカ経済を、炭坑業、自動車産業、情報通信など、500あまりのセクターに分割して、各セクターごとに、そのセクターのアウトプットが他の経済セクターにどのように分配されるかを表す一次式を書いた。

Mark II は当時最大のコンピュータだったが、500変数の500の式からなる連立方程式を扱うことができなかつたので、レオニティエフは、この問題を42変数の42の式に簡略化した。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（5/10）

前ページの和訳（一部抄訳）：1949年の夏のことだった。ハーバード大学教授のワシリー・レオニティエフは、細心の注意をはらって彼のパンチカードの最後の数枚を大学の Mark II コンピュータに入力していた。パンチカードは、合州国経済に関する情報が入っていて、アメリカ労働統計局が2年間かけて収集した250,000件もの情報を集約するものだった。

レオニティエフは、アメリカ経済を、炭坑業、自動車産業、情報通信など、500あまりのセクターに分割して、各セクターごとに、そのセクターのアウトプットが他の経済セクターにどのように分配されるかを表す一次式を書いた。

Mark II は当時最大のコンピュータだったが、500変数の500の式からなる連立方程式を扱うことができなかつたので、レオニティエフは、この問題を42変数の42の式に簡略化した。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（5/10）

前ページの和訳（一部抄訳）：1949年の夏のことだった。ハーバード大学教授のワシリー・レオニティエフは、細心の注意をはらって彼のパンチカードの最後の数枚を大学の Mark II コンピュータに入力していた。パンチカードは、合州国経済に関する情報が入っていて、アメリカ労働統計局が2年間かけて収集した250,000件もの情報を集約するものだった。

レオニティエフは、アメリカ経済を、炭坑業、自動車産業、情報通信など、500あまりのセクターに分割して、各セクターごとに、そのセクターのアウトプットが他の経済セクターにどのように分配されるかを表す一次式を書いた。

Mark II は当時最大のコンピュータだったが、500変数の500の式からなる連立方程式を扱うことができなかつたので、レオニティエフは、この問題を42変数の42の式に簡略化した。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（5/10）

前ページの和訳（一部抄訳）：1949年の夏のことだった。ハーバード大学教授のワシリー・レオニティエフは、細心の注意をはらって彼のパンチカードの最後の数枚を大学の Mark II コンピュータに入力していた。パンチカードは、合州国経済に関する情報が入っていて、アメリカ労働統計局が2年間かけて収集した250,000件もの情報を集約するものだった。

レオニティエフは、アメリカ経済を、炭坑業、自動車産業、情報通信など、500あまりのセクターに分割して、各セクターごとに、そのセクターのアウトプットが他の経済セクターにどのように分配されるかを表す一次式を書いた。

Mark II は当時最大のコンピュータだったが、500変数の500の式からなる連立方程式を扱うことができなかつたので、レオニティエフは、この問題を42変数の42の式に簡略化した。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（5/10）

前ページの和訳（一部抄訳）：1949年の夏のことだった。ハーバード大学教授のワシリー・レオニティエフは、細心の注意をはらって彼のパンチカードの最後の数枚を大学の Mark II コンピュータに入力していた。パンチカードは、合州国経済に関する情報が入っていて、アメリカ労働統計局が2年間かけて収集した250,000件もの情報を集約するものだった。

レオニティエフは、アメリカ経済を、炭坑業、自動車産業、情報通信など、500あまりのセクターに分割して、各セクターごとに、そのセクターのアウトプットが他の経済セクターにどのように分配されるかを表す一次式を書いた。

Mark II は当時最大のコンピュータだったが、500変数の500の式からなる連立方程式を扱うことができなかつたので、レオニティエフは、この問題を42変数の42の式に簡略化した。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（6/10）

Mark II コンピュータにこの問題を解かせるプログラムを作成するのに数ヶ月が費されたので、彼はコンピュータがこの問題を解くのにどのくらいの時間を必要とするか不安な気持ちでいた。Mark II は結局この問題を解くのに 56 時間を費したのだった。

レオニティエフは、1973 年にノーベル経済学賞を受賞しているが、彼は、この仕事で、経済学の数学モデルの分野の新しい時代の扉を開くことになったのであった。

彼の仕事は、大規模な数学モデルで何が起るかをコンピュータを使って調べるとい研究方法の最初の例の 1 つだったが、彼の後、多くの数学モデルの解析でコンピュータが用いられることになった。

これらの数学モデルでは大量のデータが考察されるため、線型モデルにモデルを簡略化することが多い（訳注：つまり連立一次方程式を解くという問題に帰着されることが多い）。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（6/10）

Mark II コンピュータにこの問題を解かせるプログラムを作成するのに数ヶ月が費されたので、彼はコンピュータがこの問題を解くのにどのくらいの時間を必要とするか不安な気持ちでいた。Mark II は結局この問題を解くのに 56 時間を費したのだった。

レオニティエフは、1973 年にノーベル経済学賞を受賞しているが、彼は、この仕事で、経済学の数学モデルの分野の新しい時代の扉を開くことになったのであった。

彼の仕事は、大規模な数学モデルで何が起るかコンピュータを使って調べるとい研究方法の最初の例の 1 つだったが、彼の後、多くの数学モデルの解析でコンピュータが用いられることになった。

これらの数学モデルでは大量のデータが考察されるため、線型モデルにモデルを簡略化することが多い（訳注：つまり連立一次方程式を解くという問題に帰着されることが多い）。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（6/10）

Mark II コンピュータにこの問題を解かせるプログラムを作成するのに数ヶ月が費されたので、彼はコンピュータがこの問題を解くのにどのくらいの時間を必要とするか不安な気持ちでいた。Mark II は結局この問題を解くのに 56 時間を費したのだった。

レオニティエフは、1973 年にノーベル経済学賞を受賞しているが、彼は、この仕事で、経済学の数学モデルの分野の新しい時代の扉を開くことになったのであった。

彼の仕事は、大規模な数学モデルで何が起るかをコンピュータを使って調べるとい研究方法の最初の例の 1 つだったが、彼の後、多くの数学モデルの解析でコンピュータが用いられることになった。

これらの数学モデルでは大量のデータが考察されるため、線型モデルにモデルを簡略化することが多い（訳注：つまり連立一次方程式を解くという問題に帰着されることが多い）。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（6/10）

Mark II コンピュータにこの問題を解かせるプログラムを作成するのに数ヶ月が費されたので、彼はコンピュータがこの問題を解くのにどのくらいの時間を必要とするか不安な気持ちでいた。Mark II は結局この問題を解くのに 56 時間を費したのだった。

レオニティエフは、1973 年にノーベル経済学賞を受賞しているが、彼は、この仕事で、経済学の数学モデルの分野の新しい時代の扉を開くことになったのであった。

彼の仕事は、大規模な数学モデルで何が起るかをコンピュータを使って調べるとい研究方法の最初の例の 1 つだったが、彼の後、多くの数学モデルの解析でコンピュータが用いられることになった。

これらの数学モデルでは大量のデータが考察されるため、線型モデルにモデルを簡略化することが多い（訳注：つまり連立一次方程式を解くという問題に帰着されることが多い）。

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications

数理科学・連立方程式の応用（続）（6/10）

Mark II コンピュータにこの問題を解かせるプログラムを作成するのに数ヶ月が費されたので、彼はコンピュータがこの問題を解くのにどのくらいの時間を必要とするか不安な気持ちでいた。Mark II は結局この問題を解くのに 56 時間を費したのだった。

レオニティエフは、1973 年にノーベル経済学賞を受賞しているが、彼は、この仕事で、経済学の数学モデルの分野の新しい時代の扉を開くことになったのであった。

彼の仕事は、大規模な数学モデルで何が起るかをコンピュータを使って調べるとい研究方法の最初の例の 1 つだったが、彼の後、多くの数学モデルの解析でコンピュータが用いられることになった。

これらの数学モデルでは大量のデータが考察されるため、線型モデルにモデルを簡略化することが多い（訳注：つまり連立一次方程式を解くという問題に帰着されることが多い）。

- EXAMPLE 2** The network in Fig. 2 shows the traffic flow (in vehicles per hour) over several one-way streets in downtown Baltimore during a typical early afternoon. Determine the general flow pattern for the network.

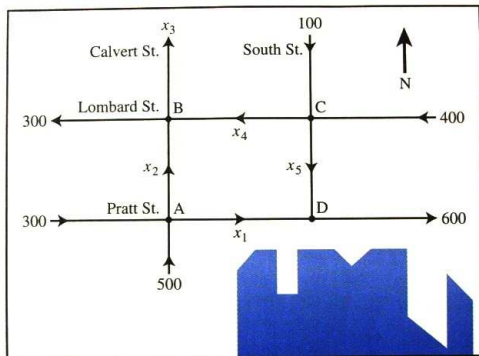


FIGURE 2 Baltimore streets.

前ページの道路網の交通に対応する連立方程式：

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\ x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\ x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\ x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ} \end{array} \right.$$

前ページの道路網の交通に対応する連立方程式：

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\ x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\ x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\ x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ} \end{array} \right.$$

前ページの道路網の交通に対応する連立方程式：

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\ x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\ x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\ x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ} \end{array} \right.$$

第 1 回目の Reaction Paper 数理科学・リアクション・ペーパー (9/10)

次の少なくとも 1 つ（全部が望ましい）に答えてください。

1. 化学式の例で出てきた右の連立方程式を解いて、 l , m , n を o を使って表してください。

$$\begin{cases} 3l = n \\ 8l = 2o \\ 2m = 2n + o \end{cases}$$

2. 「数理科学」に関して、あなたの経験や、あなたの学科の専門などに関連することなど、何か（何でも）書いてください。

3. あなたが今一番興味を持っていることについて書いてください。

4. この講義に対する要望やコメントがあれば書いてください。

5. あなたがこのリアクションペーパーに書いたことについて、私が講義の中で（誰が書いたことかは公表せずに）コメントすることになってもいいですか？

【 a. コメントしてもらっていい。 b. コメントしてほしくない。
c. どちらでもよい。】

終

終