# 数 理 科 学

## 2008 年秋学期@中部大学

Sakaé Fuchino （渕野 昌）

中部大学 (Chubu Univ.)

fuchino@isc.chubu.ac.jp

http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/

2008 年 10 月 16 日（第 4 回目）の講義 (October 23, 2008 (10:39) 版)

このスライドは pLATEX + beamer class で作成しています.

# 連立方程式の解法

前回までの講義で，連立方程式の応用例として，経済モデルの分析 と 化学式の係数の決定 と 道路網の交通の解析 をとりあげた．

そのときにも述べたように，これらの例や，今日取り上げることになる例は，

David C. Lay,
*Linear Albebra and Its Applications,* （線型代数とその応用）
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである．

Linear algebra (線型代数(せんけいだいすう)) は，連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で，純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の 1 つである．

# 連立方程式の解法

前回までの講義で，連立方程式の応用例として，経済モデルの分析 と 化学式の係数の決定 と 道路網の交通の解析 をとりあげた．

そのときにも述べたように，これらの例や，今日取り上げることになる例は，

David C. Lay,
*Linear Albebra and Its Applications,* （線型代数とその応用）
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである．

Linear algebra (線型代数(せんけいだいすう)) は，連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で，純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の 1 つである．

前回までの講義で，連立方程式の応用例として，**経済モデルの分析** と **化学式の係数の決定** と **道路網の交通の解析** をとりあげた．

そのときにも述べたように，これらの例や，今日取り上げることになる例は，

David C. Lay,
*Linear Albebra and Its Applications,* （線型代数とその応用）
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである．

Linear algebra (線型代数（せんけいだいすう）) は，連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で，純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の 1 つである．

# 連立方程式の解法



前回までの講義で，連立方程式の応用例として，経済モデルの分析 と 化学式の係数の決定 と 道路網の交通の解析 をとりあげた．

そのときにも述べたように，これらの例や，今日取り上げることになる例は，

David C. Lay,
*Linear Albebra and Its Applications,* （線型代数とその応用）
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである．

Linear algebra (線型代数(せんけいだいすう)) は，連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で，純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の 1 つである．

# 連立方程式の解法



前回までの講義で，連立方程式の応用例として，経済モデルの分析 と 化学式の係数の決定 と 道路網の交通の解析 をとりあげた．

そのときにも述べたように，これらの例や，今日取り上げることになる例は，

David C. Lay,
*Linear Albebra and Its Applications,* （線型代数とその応用）
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである．

Linear algebra (線型代数（せんけいだいすう）) は，連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で，純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の 1 つである．

# 連立方程式の解法



前回までの講義で，連立方程式の応用例として，経済モデルの分析 と 化学式の係数の決定 と 道路網の交通の解析 をとりあげた．

そのときにも述べたように，これらの例や，今日取り上げることになる例は，

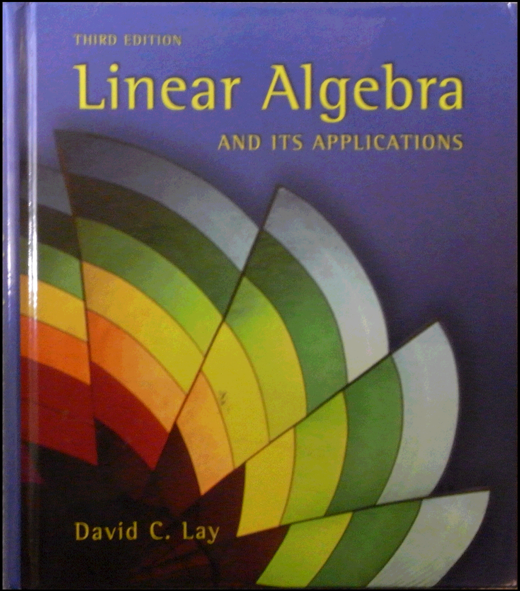
David C. Lay,
*Linear Albebra and Its Applications,* （線型代数とその応用）
Third Edition, Addison-Wesley, 2003.

からとったものである．

Linear algebra (線型代数（せんけいだいすう）) は，連立方程式の解の構造の理論を含む数学理論で，純粋数学にとっても応用数学にとっても重要な基礎の 1 つである．

# David C. Lay: Linear Albebra and Its Applications





# 行列



**行列**（マトリックス, matrix [’meɪtrɪks]）

数字やその他の数学的対象を縦（列）横（行）に長方形に並べてカッコでくくったもの．例えば:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

上のような行列を 3 行 4 列の行列という．

# 行列

行列 （マトリックス, matrix [’meıtrıks]）

数字やその他の数学的対象を縦（列） 横（行）に長方形に並べてカッコでくくったもの．例えば:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

上のような行列を 3 行 4 列の行列という．

**行列**（マトリックス, matrix [ˈmeɪtrɪks]）

数字やその他の数学的対象を縦（列）横（行）に長方形に並べてカッコでくくったもの．例えば:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

上のような行列を 3 行 4 列の行列という．

# 掃き出し法



以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

(1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 掃き出し法



以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

(1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 掃き出し法



以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

(1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 掃き出し法



以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

(1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 掃き出し法

以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

## (1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

## (2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 掃き出し法

以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

(1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 掃き出し法



以下のような連立方程式の解法は「掃き出し法」と呼ばれている．この計算法は，手計算をするときにも有効だが，機械的に行なえるアルゴリズムとなっているので，コンピュータに実行させることが可能である．前々回の経済モデルの連立方程式を例に説明する．

(1) 連立方程式を 行列 に翻訳する

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 得られた行列に次の 基本変形 を何回か施して 階段行列 に変形する

階段行列: 左下にゼロが置かれている行列で，行が下るにしたがって左すみのゼロの数が増すようなもの．

# 基本変形



次の行列操作を **基本変形** という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形

次の行列操作を 基本変形 という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形



次の行列操作を **基本変形** という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形



次の行列操作を **基本変形** という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形



次の行列操作を 基本変形 という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形



次の行列操作を **基本変形** という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形



次の行列操作を **基本変形** という．

1. ある行（横書の行）を定数倍する．
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる．

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意：行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない．したがって，基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は，もとの連立方程式と同値である．

# 基本変形



次の行列操作を **基本変形** という.

1. ある行（横書の行）を定数倍する.
2. ある行に他の行の定数倍を加える
3. 2 つの行を入れかえる.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

注意: 行列の基本変形に対応する連立方程式の変形は連立方程式の意味（つまり何が解の全体になっているか）を変えない. したがって, 基本変形を何度か繰り返し行なって得られた階段行列に対応する連立方程式は, もとの連立方程式と同値である.

# 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{cases} P_C \qquad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0 \\ \qquad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

# 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{cases} P_C \qquad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0 \\ \qquad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

# 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{cases} P_C \qquad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0 \\ \qquad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

# 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$
\begin{cases}
P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\
-0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\
-0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0
\end{cases}
\leftrightsquigarrow
\begin{pmatrix}
1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\
-0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\
-0.4 & -0.5 & 0.8 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$
\begin{cases}
P_C \qquad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0 \\
\qquad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0
\end{cases}
\leftrightsquigarrow
\begin{pmatrix}
1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\
0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

# 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$
\left\{\begin{array}{l}
P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0\\
-0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0\\
-0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0
\end{array}\right.
\leftrightsquigarrow
\begin{pmatrix}
1 & -0.4 & -0.6 & 0\\
-0.6 & 0.9 & -0.2 & 0\\
-0.4 & -0.5 & 0.8 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$
\left\{\begin{array}{l}
P_C \qquad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0\\
\qquad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0
\end{array}\right.
\leftrightsquigarrow
\begin{pmatrix}
1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0\\
0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

# 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{cases} P_C \qquad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0 \\ \qquad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

## 基本変形（続き）



(3) 得られた階段行列に対応する連立方程式は，下の式から順に上に解いてゆくことで容易に解が得られる

$$\begin{cases} P_C - 0.4P_E - 0.6P_S = 0 \\ -0.6P_C + 0.9P_E - 0.2P_S = 0 \\ -0.4P_C - 0.5P_E + 0.8P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & -0.6 & 0 \\ -0.6 & 0.9 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & -0.5 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\begin{cases} P_C \quad - 0.\dot{9}\dot{3}P_S = 0 \\ \quad P_E - 0.\dot{8}\dot{4}P_S = 0 \end{cases} \leftrightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.\dot{9}\dot{3} & 0 \\ 0 & 1 & -0.\dot{8}\dot{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$P_C \approx 0.94P_S$

$P_E \approx 0.85P_S$

$P_S$ は任意

# 道路網の交通の解析での連立方程式の行列による解法



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\ x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\ x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\ x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ} \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 800 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 500 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 600 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 400 \end{pmatrix}$$

# 道路網の交通の解析での連立方程式の行列による解法



$$
\begin{cases}
x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\
x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\
x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\
x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\
x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ}
\end{cases}
$$

$$\Updownarrow$$

$$
\begin{pmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 800 \\
0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 300 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 500 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 600 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 400
\end{pmatrix}
$$

# 道路網の交通の解析での連立方程式の行列による解法



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\ x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\ x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\ x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ} \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 800 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 500 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 600 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 400 \end{pmatrix}$$

# 道路網の交通の解析での連立方程式の行列による解法



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 800 & \text{交差点 A に関する式} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 300 & \text{交差点 B に関する式} \\ x_4 + x_5 = 500 & \text{交差点 C に関する式} \\ x_1 + x_5 = 600 & \text{交差点 D に関する式} \\ x_3 = 400 & \text{道路網に出入りする車の数は差引ゼロ} \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 800 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 500 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 600 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 400 \end{pmatrix}$$

終

終