数 理 科 学

2008 年秋学期@中部大学

Sakaé Fuchino （渕野 昌）

中部大学 (Chubu Univ.)

fuchino@isc.chubu.ac.jp
http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/

2008 年 10 月 30 日（第 6 回目）の講義 (October 30, 2008 (14:57) 版)

このスライドは pLaTeX + beamer class で作成しています.

行列とベクトルのかけ算

A を m 行 n 列の行列として，その要素を $a_{i,j}$ とする．また $\mathbf{b}$ を n 次元ベクトルとしてその要素を b_j であらわすことにする．

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

このとき，A と $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{b}$ を，

$$A\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，

$$\begin{aligned} c_1 &= a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 + \cdots + a_{1,n}b_n \\ c_2 &= a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + \cdots + a_{2,n}b_n \\ &\vdots \\ c_m &= a_{m,1}b_1 + a_{m,2}b_2 + a_{m,3}b_3 + \cdots + a_{m,n}b_n \end{aligned}$$

とする．

行列とベクトルのかけ算

A を m 行 n 列の行列として，その要素を $a_{i,j}$ とする．また $\mathbf{b}$ を n 次元ベクトルとしてその要素を b_j であらわすことにする．

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

このとき，A と $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{b}$ を，

$$A\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，

$$\begin{aligned} c_1 &= a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 + \cdots + a_{1,n}b_n \\ c_2 &= a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + \cdots + a_{2,n}b_n \\ &\vdots \\ c_m &= a_{m,1}b_1 + a_{m,2}b_2 + a_{m,3}b_3 + \cdots + a_{m,n}b_n \end{aligned}$$

とする．

行列とベクトルのかけ算

A を m 行 n 列の行列として，その要素を $a_{i,j}$ とする．また $\mathbf{b}$ を n 次元ベクトルとしてその要素を b_j であらわすことにする．

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

このとき，A と $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{b}$ を，

$$A\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，

$$\begin{aligned} c_1 &= a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 + \cdots + a_{1,n}b_n \\ c_2 &= a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + \cdots + a_{2,n}b_n \\ &\vdots \\ c_m &= a_{m,1}b_1 + a_{m,2}b_2 + a_{m,3}b_3 + \cdots + a_{m,n}b_n \end{aligned}$$

とする．

行列とベクトルのかけ算

A を m 行 n 列の行列として，その要素を $a_{i,j}$ とする．また $\mathbf{b}$ を n 次元ベクトルとしてその要素を b_j であらわすことにする．

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

このとき，A と $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{b}$ を，

$$A\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，

$$\begin{aligned} c_1 &= a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 + \cdots + a_{1,n}b_n \\ c_2 &= a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + \cdots + a_{2,n}b_n \\ &\vdots \\ c_m &= a_{m,1}b_1 + a_{m,2}b_2 + a_{m,3}b_3 + \cdots + a_{m,n}b_n \end{aligned}$$

とする．

行列とベクトルのかけ算

A を m 行 n 列の行列として，その要素を $a_{i,j}$ とする．また $\mathbf{b}$ を n 次元ベクトルとしてその要素を b_j であらわすことにする．

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

このとき，A と $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{b}$ を，

$$A\mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ & & \vdots & & \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，

$$\begin{aligned} c_1 &= a_{1,1}b_1 + a_{1,2}b_2 + a_{1,3}b_3 + \cdots + a_{1,n}b_n \\ c_2 &= a_{2,1}b_1 + a_{2,2}b_2 + a_{2,3}b_3 + \cdots + a_{2,n}b_n \\ &\vdots \\ c_m &= a_{m,1}b_1 + a_{m,2}b_2 + a_{m,3}b_3 + \cdots + a_{m,n}b_n \end{aligned}$$

とする．

線型変換としての行列のベクトルへの積

行列 A とベクトル $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{x}$ は,

> 「固定した, ある行列 A を左からかける」という操作をベクトル $\mathbf{x}$ に行なった結果

と捉えなおすこともできる.

固定した, ある m 行 n 列行列を左からかける, という操作を行なうことで, n 次元ベクトルが m 次元ベクトルに「変換」される. n 次元ベクトルの全体からなる "空間" (n 次元ベクトル空間) を $\mathbb{R}^n$ と表すことしたが, これを使うと, m 行 n 列行列 A を左からかけるという操作は $\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数と見ることができる. この関数をここでは, f_A とあらわすことにする.

$$f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m; \quad \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$$

である.

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ の関数のすべてが f_A の形に表されるわけではない.

線型変換としての行列のベクトルへの積

行列 A とベクトル $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{x}$ は,

「固定した，ある行列 A を左からかける」という操作をベクトル $\mathbf{x}$ に行なった結果

と捉えなおすこともできる.

固定した，ある m 行 n 列行列を左からかける，という操作を行なうことで，n 次元ベクトルが m 次元ベクトルに「変換」される．n 次元ベクトルの全体からなる“空間”（n 次元ベクトル空間）を $\mathbb{R}^n$ と表すことしたが，これを使うと，m 行 n 列行列 A を左からかけるという操作は $\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数と見ることができる．この関数をここでは，f_A とあらわすことにする.

$$f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m; \quad \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$$

である.

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ の関数のすべてが f_A の形に表されるわけではない.

線型変換としての行列のベクトルへの積

行列 A とベクトル $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{x}$ は，

「固定した，ある行列 A を左からかける」という操作をベクトル $\mathbf{x}$ に行なった結果

と捉えなおすこともできる．

固定した，ある m 行 n 列行列を左からかける，という操作を行なうことで，n 次元ベクトルが m 次元ベクトルに「変換」される．n 次元ベクトルの全体からなる "空間"（n 次元ベクトル空間）を $\mathbb{R}^n$ と表すことしたが，これを使うと，m 行 n 列行列 A を左からかけるという操作は $\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数と見ることができる．この関数をここでは，f_A とあらわすことにする．

$$f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m; \quad \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$$

である．

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ の関数のすべてが f_A の形に表されるわけではない．

線型変換としての行列のベクトルへの積

行列 A とベクトル $\mathbf{b}$ の積 $A\mathbf{x}$ は,

「固定した，ある行列 A を左からかける」という操作をベクトル $\mathbf{x}$ に行なった結果

と捉えなおすこともできる.

固定した，ある m 行 n 列行列を左からかける，という操作を行なうことで，n 次元ベクトルが m 次元ベクトルに「変換」される．n 次元ベクトルの全体からなる "空間"（n 次元ベクトル空間）を $\mathbb{R}^n$ と表すことしたが，これを使うと，m 行 n 列行列 A を左からかけるという操作は $\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数と見ることができる．この関数をここでは，f_A とあらわすことにする．

$$f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m; \quad \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$$

である.

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ の関数のすべてが f_A の形に表されるわけではない.

定理 1

n, m を（0 と異なる）自然数とする．$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数 f に対し $f = f_A$ となるような m 行 n 列の行列 A が存在するのは，f が線形写像であるちょうどそのときである．

解説． $\mathbb{R}^n = \{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} : b_1, b_2, \cdots, b_n \in \mathbb{R}\}$ だった．（$\mathbb{R}$ は実数全体）

n 次元ベクトル空間 $\mathbb{R}^n$ には，次のようにして足し算 と 定数倍 の構造を自然に入れることができる:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \vdots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} \qquad a \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} ab_1 \\ ab_2 \\ \vdots \\ ab_n \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への写像（関数）f が 線型写像 であるとは，すべての $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ と $c \in \mathbb{R}$ に対し，$f(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = f(\mathbf{a}) + f(\mathbf{b})$, $f(c\mathbf{a}) = cf(\mathbf{a})$ が成り立つこと．

定理 1

n, m を（0 と異なる）自然数とする．$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数 f に対し $f = f_A$ となるような m 行 n 列の行列 A が存在するのは，f が線形写像であるちょうどそのときである．

解説． $\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} : b_1, b_2, \cdots, b_n \in \mathbb{R} \right\}$ だった．（$\mathbb{R}$ は実数全体）

n 次元ベクトル空間 $\mathbb{R}^n$ には，次のようにして足し算 と 定数倍の構造を自然に入れることができる：

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \vdots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} \qquad a \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} ab_1 \\ ab_2 \\ \vdots \\ ab_n \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への写像（関数） f が 線型写像 であるとは，すべての $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ と $c \in \mathbb{R}$ に対し，$f(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = f(\mathbf{a}) + f(\mathbf{b})$, $f(c\mathbf{a}) = cf(\mathbf{a})$ が成り立つこと．

定理 1

n, m を（0 と異なる）自然数とする．$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数 f に対し $f = f_A$ となるような m 行 n 列の行列 A が存在するのは，f が線形写像であるちょうどそのときである．

解説． $\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} : b_1, b_2, \cdots, b_n \in \mathbb{R} \right\}$ だった．（$\mathbb{R}$ は実数全体）

n 次元ベクトル空間 $\mathbb{R}^n$ には，次のようにして**足し算** と **定数倍** の構造を自然に入れることができる：

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \vdots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} \qquad a \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} ab_1 \\ ab_2 \\ \vdots \\ ab_n \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への写像（関数）f が **線型写像** であるとは，すべての $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ と $c \in \mathbb{R}$ に対し，$f(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = f(\mathbf{a}) + f(\mathbf{b})$, $f(c\mathbf{a}) = cf(\mathbf{a})$ が成り立つこと．

定理 1

n, m を（0 と異なる）自然数とする．$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数 f に対し $f = f_A$ となるような m 行 n 列の行列 A が存在するのは，f が線形写像であるちょうどそのときである．

解説． $\mathbb{R}^n = \left\{ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} : b_1, b_2, \cdots, b_n \in \mathbb{R} \right\}$ だった．（$\mathbb{R}$ は実数全体）

n 次元ベクトル空間 $\mathbb{R}^n$ には，次のようにして足し算 と 定数倍の構造を自然に入れることができる:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \vdots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} \qquad a \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} ab_1 \\ ab_2 \\ \vdots \\ ab_n \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への写像（関数）f が 線型写像 であるとは，すべての $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ と $c \in \mathbb{R}$ に対し，$f(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = f(\mathbf{a}) + f(\mathbf{b})$, $f(c\mathbf{a}) = cf(\mathbf{a})$ が成り立つこと．

定理 1

n, m を（0 と異なる）自然数とする．$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への関数 f に対し $f = f_A$ となるような m 行 n 列の行列 A が存在するのは，f が線形写像であるちょうどそのときである．

解説． $\mathbb{R}^n = \{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} : b_1, b_2, \cdots, b_n \in \mathbb{R}\}$ だった．($\mathbb{R}$ は実数全体)

n 次元ベクトル空間 $\mathbb{R}^n$ には，次のようにして足し算 と 定数倍 の構造を自然に入れることができる:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \vdots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} \qquad a\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} ab_1 \\ ab_2 \\ \vdots \\ ab_n \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への写像（関数）f が 線型写像 であるとは，すべての $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ と $c \in \mathbb{R}$ に対し，$f(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = f(\mathbf{a}) + f(\mathbf{b})$, $f(c\mathbf{a}) = cf(\mathbf{a})$ が成り立つこと．

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

以下の例は，主に [1] での結果の [2] での解説に基づく．アメリカの自然保護護関連の経緯に関しては，[3] の資料も参考になるだろう．北まだらフクロウの画像や鳴き声の音声データなどが [4] にある．

[1] R.H. Hamberson, R. McKelvery, B.R. Noon, and C. Voss, A Dynamic Analysis of Viability of the Northern Spotted Owl in a Fragmented Forest Environment, Conservation Biology **6** (1992), 505–512.

[2] David C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*, Third Edition, Addison-Wesley (2003).

[3] http://www.clair.or.jp/j/forum/c_report/html/cr153/index.html

[4] http://www.owlpages.com/owls.php?genus=Strix&species=occidentalis

以下の例は，主に [1] での結果の [2] での解説に基づく．アメリカの自然保護関連の経緯に関しては，[3] の資料も参考になるだろう．北まだらフクロウの画像や鳴き声の音声データなどが [4] にある．

[1] R.H. Hamberson, R. McKelvery, B.R. Noon, and C. Voss, A Dynamic Analysis of Viability of the Northern Spotted Owl in a Fragmented Forest Environment, Conservation Biology **6** (1992), 505–512.

[2] David C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*, Third Edition, Addison-Wesley (2003).

[3] http://www.clair.or.jp/j/forum/c_report/html/cr153/index.html

[4] http://www.owlpages.com/owls.php?genus=Strix&species=occidentalis

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

以下の例は，主に [1] での結果の [2] での解説に基づく．アメリカの自然保護関連の経緯に関しては，[3] の資料も参考になるだろう．北まだらフクロウの画像や鳴き声の音声データなどが [4] にある．

[1] R.H. Hamberson, R. McKelvery, B.R. Noon, and C. Voss, A Dynamic Analysis of Viability of the Northern Spotted Owl in a Fragmented Forest Environment, Conservation Biology **6** (1992), 505–512.

[2] David C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*, Third Edition, Addison-Wesley (2003).

[3] `http://www.clair.or.jp/j/forum/c_report/html/cr153/index.html`

[4] `http://www.owlpages.com/owls.php?genus=Strix&species=occidentalis`

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

アメリカの大平洋岸ノースウエストで 1980 年代後半に 北まだらフクロウ の保護に関連して森林の伐裁の制限に関する論争が起った．自然保護を擁護する人たちは森林の伐裁が北まだらフクロウの絶滅につながることを州政府に訴えて禁止法が成立したが，林業関係者はこのことによる大量の失業の危機に直面して，北まだらフクロウは絶滅の危機にひんした種にはあたらない，と主張した．

そこで数理生物学者が，この 2 つの勢力の間に立って客観的な評価をするために，まだらフクロウの集団の構成の推移のメカニズムの分析に乗りだした．

([2] からの抜粋の抄訳)

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

アメリカの大平洋岸ノースウエストで 1980 年代後半に 北まだらフクロウ の保護に関連して森林の伐裁の制限に関する論争が起った．自然保護を擁護する人たちは森林の伐裁が北まだらフクロウの絶滅につながることを州政府に訴えて禁止法が成立したが，林業関係者はこのことによる大量の失業の危機に直面して，北まだらフクロウは絶滅の危機にひんした種にはあたらない，と主張した．

そこで数理生物学者が，この 2 つの勢力の間に立って客観的な評価をするために，まだらフクロウの集団の構成の推移のメカニズムの分析に乗りだした．

([2] からの抜粋の抄訳)

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

アメリカの太平洋岸ノースウエストで 1980 年代後半に 北まだらフクロウ の保護に関連して森林の伐裁の制限に関する論争が起った．自然保護を擁護する人たちは森林の伐裁が北まだらフクロウの絶滅につながることを州政府に訴えて禁止法が成立したが，林業関係者はこのことによる大量の失業の危機に直面して，北まだらフクロウは絶滅の危機にひんした種にはあたらない，と主張した．

そこで数理生物学者が，この 2 つの勢力の間に立って客観的な評価をするために，まだらフクロウの集団の構成の推移のメカニズムの分析に乗りだした．

([2] からの抜粋の抄訳)

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

アメリカの太平洋岸ノースウエストで 1980 年代後半に 北まだらフクロウ の保護に関連して森林の伐裁の制限に関する論争が起った．自然保護を擁護する人たちは森林の伐裁が北まだらフクロウの絶滅につながることを州政府に訴えて禁止法が成立したが，林業関係者はこのことによる大量の失業の危機に直面して，北まだらフクロウは絶滅の危機にひんした種にはあたらない，と主張した．

そこで数理生物学者が，この 2 つの勢力の間に立って客観的な評価をするために，まだらフクロウの集団の構成の推移のメカニズムの分析に乗りだした．

([2] からの抜粋の抄訳)

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

[3] からの引用:
北まだらふくろう（Northern Spotted Owl）の登録

　北まだらふくろうは、丸い頭と黒い目を持つ神経質な鳥で、その羽毛は主としてこげ茶色で頭と首の後部に白い斑点があり、胸から腹にかけてしま模様がある。雄鳥は平均５８２グラムあり、雌は６３７グラムある。この種は渡り鳥でなく、カナダのブリティシュ・コロンビア南西からカリフォルニア州の南西海岸などアメリカ大陸太平洋岸の森林に生息している。このふくろうは樹齢２００年を超える原生林にしか巣を作らず、縄張りが５０００エーカーと広いため、太平洋岸地域の原生林伐採によって減少が続いており、残っている個対数は約１５００と推定されている。

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

[3] からの引用:
北まだらふくろう（Northern Spotted Owl）の登録

　北まだらふくろうは、丸い頭と黒い目を持つ神経質な鳥で、その羽毛は主としてこげ茶色で頭と首の後部に白い斑点があり、胸から腹にかけてしま模様がある。雄鳥は平均５８２グラムあり、雌は６３７グラムある。この種は渡り鳥でなく、カナダのブリティシュ・コロンビア南西からカリフォルニア州の南西海岸などアメリカ大陸太平洋岸の森林に生息している。このふくろうは樹齢２００年を超える原生林にしか巣を作らず、縄張りが５０００エーカーと広いため、太平洋岸地域の原生林伐採によって減少が続いており、残っている個対数は約１５００と推定されている。

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

[3] からの引用の続き:

１９８７年１月に自然保護団体グリーンワールド（Greenworld）がこのふくろうを絶滅法のリストに登録すべく魚類・野生生物局に嘆願書を提出したが、同局は生息状況を調べ専門家などから意見を聞いた後、同年１２月にリスト登録を拒否した。その後１９８８年５月、自然保護団体らがリスト登録を求めシアトル連邦地方裁判所に提訴した。連邦地裁は、同年１１月に同局の登録拒否判断過程において不明瞭な部分があるとして、同局に嘆願書の再審査を命じる判決を下した。魚類・野生生物局は再調査の後、１９８９年６月に正式に北まだらふくろうをリストに掲載することを宣言・告知し、翌年６月に「絶滅の恐れのある種」として登録が完了した。

この登録により、ふくろう保護のためにオレゴン州を中心として森林の伐採が制限されることとなり、約２万８０００人の林業関係者が職を失う恐れがあり地域経済及び地方財政への影響が大きいとして、地元では林業関係者を中心に伐採禁止措置に反対する立場をとっている。

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

[3] からの引用の続き:

　１９８７年１月に自然保護団体グリーンワールド（Greenworld）がこのふくろうを絶滅法のリストに登録すべく魚類・野生生物局に嘆願書を提出したが、同局は生息状況を調べ専門家などから意見を聞いた後、同年１２月にリスト登録を拒否した。その後１９８８年５月、自然保護団体らがリスト登録を求めシアトル連邦地方裁判所に提訴した。連邦地裁は、同年１１月に同局の登録拒否判断過程において不明瞭な部分があるとして、同局に嘆願書の再審査を命じる判決を下した。魚類・野生生物局は再調査の後、１９８９年６月に正式に北まだらふくろうをリストに掲載することを宣言・告知し、翌年６月に「絶滅の恐れのある種」として登録が完了した。

　この登録により、ふくろう保護のためにオレゴン州を中心として森林の伐採が制限されることとなり、約２万８０００人の林業関係者が職を失う恐れがあり地域経済及び地方財政への影響が大きいとして、地元では林業関係者を中心に伐採禁止措置に反対する立場をとっている。

北まだらふくろうの個体数の遷移と森林保護

[3] からの引用の続き:

１９８７年１月に自然保護団体グリーンワールド（Greenworld）がこのふくろうを絶滅法のリストに登録すべく魚類・野生生物局に嘆願書を提出したが、同局は生息状況を調べ専門家などから意見を聞いた後、同年１２月にリスト登録を拒否した。その後１９８８年５月、自然保護団体らがリスト登録を求めシアトル連邦地方裁判所に提訴した。連邦地裁は、同年１１月に同局の登録拒否判断過程において不明瞭な部分があるとして、同局に嘆願書の再審査を命じる判決を下した。魚類・野生生物局は再調査の後、１９８９年６月に正式に北まだらふくろうをリストに掲載することを宣言・告知し、翌年６月に「絶滅の恐れのある種」として登録が完了した。

この登録により、ふくろう保護のためにオレゴン州を中心として森林の伐採が制限されることとなり、約２万８０００人の林業関係者が職を失う恐れがあり地域経済及び地方財政への影響が大きいとして、地元では林業関係者を中心に伐採禁止措置に反対する立場をとっている。

北まだらふくろうの個体数の遷移の分析

まだらフクロウのライフサイクルは，幼鳥 (juvenile 1 才以下)，半成鳥 (subadult 1 才から 2 才)，成鳥 (adult 2 才以上) の 3 つの時期に区分できる.
ある年（第 k 年）の幼鳥，半成鳥，成鳥の個体数を それぞれ j_k，s_k，a_k であらわすことにする.

北まだらふくろうの個体数の遷移の分析

まだらフクロウのライフサイクルは，幼鳥 (juvenile 1 才以下)，半成鳥 (subadult 1 才から 2 才)，成鳥 (adult 2 才以上) の 3 つの時期に区分できる．

ある年（第 k 年）の幼鳥，半成鳥，成鳥の個体数を それぞれ j_k，s_k，a_k であらわすことにする．

北まだらふくろうの個体数の遷移の分析

まだらフクロウのライフサイクルは，幼鳥 (juvenile 1 才以下)，半成鳥 (subadult 1 才から 2 才)，成鳥 (adult 2 才以上) の 3 つの時期に区分できる．
ある年（第 k 年）の幼鳥，半成鳥，成鳥の個体数を それぞれ j_k，s_k，a_k であらわすことにする．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である.

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる.

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる.

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\rightsquigarrow \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査 (fieldwork) のデータとモデル化

野外調査の結果，次のデータが得られた:

◎ $k+1$ 年目の幼鳥 (juvenile) の個体数 j_{k+1} は，前年の成鳥の個体数 a_k の 33% である．

◎ $k+1$ 年目の半成鳥 (subadult) の個体数 s_{k+1} は，前年幼鳥だったもの (j_k) のうちの 18% からなる．

◎ $k+1$ 年目の成鳥 (adult) の個体数 a_{k+1} は，前年半成鳥だったもの (s_k) のうちの 71% と
前年の成鳥の個体数 (a_k) のうちの 94% からなる（つまり前年の成鳥の 6% は死滅している）

$$\leadsto \quad \begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

このモデルでは，北まだらフクロウが絶滅することは，$k \to \infty$ としたとき，$\begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となることと表現できる．

野外調査の結果の解釈

北まだらフクロウが幼鳥から半成鳥になるとき，新しい自分のテリトリーを見つけるために森を移動する．このときに敵 (肉食鳥) に捕獲される危険にさらされる．実際，幼鳥のうち **60%** は移動を開始するまで生きのびることが観測されている．森林が伐裁されて森の樹がなくなった開けた場所ができると，そこを移動しているときに敵に捕獲される可能性が上るので，幼鳥の生存率が落ちる．

（森林の伐裁の進んだ）カリフォルニアの Willow Creek 地域では，移動を開始できた幼鳥の 60% のうち 30% しか無事に自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行することができなかった．$(0.6 \times 0.3 = \mathbf{0.18})$

一方伐裁の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる．$(0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3})$

野外調査の結果の解釈

北まだらフクロウが幼鳥から半成鳥になるとき，新しい自分のテリトリーを見つけるために森を移動する．このときに敵 (肉食鳥) に捕獲される危険にさらされる．実際，幼鳥のうち **60%** は移動を開始するまで生きのびることが観測されている．森林が伐裁されて森の樹がなくなった開けた場所ができると，そこを移動しているときに敵に捕獲される可能性が上るので，幼鳥の生存率が落ちる．

（森林の伐裁の進んだ）カリフォルニアの Willow Creek 地域では，移動を開始できた幼鳥の 60% のうち 30% しか無事に自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行することができなかった．$(0.6 \times 0.3 = \mathbf{0.18})$

一方伐裁の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる．$(0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3})$

野外調査の結果の解釈

北まだらフクロウが幼鳥から半成鳥になるとき，新しい自分のテリトリーを見つけるために森を移動する．このときに敵 (肉食鳥) に捕獲される危険にさらされる．実際，幼鳥のうち **60%** は移動を開始するまで生きのびることが観測されている．森林が伐裁されて森の樹がなくなった開けた場所ができると，そこを移動しているときに敵に捕獲される可能性が上るので，幼鳥の生存率が落ちる．

（森林の伐裁の進んだ）カリフォルニアの Willow Creek 地域では，移動を開始できた幼鳥の 60% のうち 30% しか無事に自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行することができなかった．$(0.6 \times 0.3 = \mathbf{0.18})$

一方伐裁の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる．$(0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3})$

野外調査の結果の解釈

北まだらフクロウが幼鳥から半成鳥になるとき，新しい自分のテリトリーを見つけるために森を移動する．このときに敵 (肉食鳥) に捕獲される危険にさらされる．実際，幼鳥のうち **60%** は移動を開始するまで生きのびることが観測されている．森林が伐裁されて森の樹がなくなった開けた場所ができると，そこを移動しているときに敵に捕獲される可能性が上るので，幼鳥の生存率が落ちる．

（森林の伐裁の進んだ）カリフォルニアの Willow Creek 地域では，移動を開始できた幼鳥の 60% のうち 30% しか無事に自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行することができなかった．($0.6 \times 0.3 = \mathbf{0.18}$)

一方伐裁の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる．($0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3}$)

野外調査の結果の解釈のモデル化

（森林の伐裁の進んだ）カリフォルニアの Willow Creek 地域では，移動を開始できた幼鳥の 60% のうち 30% しか無事に自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行することができなかった. $(0.6 \times 0.3 = \mathbf{0.18})$

伐裁の進んだ森での北まだらフクロウの個体数の推移のモデル

$$\begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ \mathbf{0.18} & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

野外調査の結果の解釈のモデル化

（森林の伐裁の進んだ）カリフォルニアの Willow Creek 地域では，移動を開始できた幼鳥の 60% のうち 30% しか無事に自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行することができなかった．($0.6 \times 0.3 = \mathbf{0.18}$)

伐裁の進んだ森での北まだらフクロウの個体数の推移のモデル

$$\begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ \mathbf{0.18} & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

野外調査の結果の解釈のモデル化

伐裁の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる．($0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3}$)

伐裁の進んでいない森での北まだらフクロウの個体数の推移のモデル

$$\begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ \mathbf{0.3} & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

野外調査の結果の解釈のモデル化

伐採の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる. ($0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3}$)

伐採の進んでいない森での北まだらフクロウの個体数の推移のモデル

$$
\begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ \mathbf{0.3} & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}
$$

野外調査の結果の解釈のモデル化

伐裁の進んでいない森では，移動を開始できた幼鳥のうちの 50% 以上が自分のテリトリーとなる場所を見つけて半成鳥期に移行できると考えられる．($0.6 \times 0.5 = \mathbf{0.3}$)

伐裁の進んでいない森での北まだらフクロウの個体数の推移のモデル

$$\begin{pmatrix} j_{k+1} \\ s_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ \mathbf{0.3} & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_k \\ s_k \\ a_k \end{pmatrix}$$

終