

数学の考え方

2009 年春学期@中部大学

Sakaé Fuchino (渕野 昌)

中部大学 (Chubu Univ.)

fuchino@isc.chubu.ac.jp

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/>

第 1 回目の講義 (July 9, 2009 (00:16) 版)

4 月 8 日 (水曜日) 5-6 時限目 (13:35~15:05) 934 教室

4 月 14 日 (火曜日) 9-10 時限目 (17:05~18:35) 946 教室

このスライドは p \LaTeX + beamer class で作成しています.

▶ この講義は数学の考え方（方法論 methodology）についての講義です。数学の補習授業のようなものではありません。

▶ 2006 年度秋学期に開講した「数学の考え方」の講義録が

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/method-math-WS06.pdf>

でダウンロードできます。今学期の講義も、全体的としては、2006 年の講義に似たものになる予定です。

▶ 2007 年の春学期にも「数学の考え方」の講義を行なっていますが、そのときに使ったスライドは、

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/>

にリンクされています。

▶ その他の参考文献などについても、講義中に適宜触れます。

▶ この講義は数学の考え方（方法論 methodology）についての講義です。数学の補習授業のようなものではありません。

▶ 2006 年度秋学期に開講した「数学の考え方」の講義録が

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/method-math-WS06.pdf>

でダウンロードできます。今学期の講義も、全体的としては、2006 年の講義に似たものになる予定です。

▶ 2007 年の春学期にも「数学の考え方」の講義を行なっていますが、そのときに使ったスライドは、

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/>

にリンクされています。

▶ その他の参考文献などについても、講義中に適宜触れます。

▶ この講義は数学の考え方（方法論 methodology）についての講義です。数学の補習授業のようなものではありません。

▶ 2006 年度秋学期に開講した「数学の考え方」の講義録が

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/method-math-WS06.pdf>

でダウンロードできます。今学期の講義も、全体的としては、2006 年の講義に似たものになる予定です。

▶ 2007 年の春学期にも「数学の考え方」の講義を行なっていますが、そのときに使ったスライドは、

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/>

にリンクされています。

▶ その他の参考文献などについても、講義中に適宜触れます。

▶ この講義は数学の考え方（方法論 methodology）についての講義です。数学の補習授業のようなものではありません。

▶ 2006 年度秋学期に開講した「数学の考え方」の講義録が

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/method-math-WS06.pdf>

でダウンロードできます。今学期の講義も、全体的としては、2006 年の講義に似たものになる予定です。

▶ 2007 年の春学期にも「数学の考え方」の講義を行なっていますが、そのときに使ったスライドは、

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/>

にリンクされています。

▶ その他の参考文献などについても、講義中に適宜触れます。

▶ この講義は数学の考え方（方法論 methodology）についての講義です。数学の補習授業のようなものではありません。

▶ 2006 年度秋学期に開講した「数学の考え方」の講義録が

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/method-math-WS06.pdf>

でダウンロードできます。今学期の講義も、全体的としては、2006 年の講義に似たものになる予定です。

▶ 2007 年の春学期にも「数学の考え方」の講義を行なっていますが、そのときに使ったスライドは、

<http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/chubu/>

にリンクされています。

▶ その他の参考文献などについても、講義中に適宜触れます。

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし **分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください**

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には
...

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし **分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください**

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には
...

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし **分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください**

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には
...

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし、分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には...

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし 分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には
...

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし **分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください**

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には

...

▶ 特別な予備知識は仮定しません。必要な補足は講義の中でできるだけするようところがけます。

▶ ただし、これは、簡単なあたりまえのことしか話さない、レベルの低い講義をするということではありません。丁寧に説明しますが、内容的には、ちゃんと集中して考えないと分らないような難しいことも話します。

▶ **集中して聴いてください !!!** 静かに聴講してください。

▶ ただし **分らないことがあったときには、私の話をさえぎってでも、遠慮なくどんどん質問してください**

▶ メールで質問をしてくれてもいいです。ただし、その場合には
...

受講の注意 (2)

数学の考え方 (4/10)

▶ メールで質問をしていただいてもいいです。ただし、その場合には
...

◎ 学籍番号、学科を明記して、名前を名乗ってください。

◎ どの講義の質問なのか（この講義の場合には水曜または火曜の「数学の考え方」）をはっきり書いてください。

◎ スпам・フィルターがスパムと見間違えないようなメールを書いてください。

受講の注意 (2)

数学の考え方 (4/10)

▶ メールで質問をしていただいてもいいです。ただし、その場合には
...

◎ 学籍番号、学科を明記して、名前を名乗ってください。

◎ どの講義の質問なのか（この講義の場合には水曜または火曜の「数学の考え方」）をはっきり書いてください。

◎ スпам・フィルターがスパムと見間違えないようなメールを書いてください。

受講の注意 (2)

数学の考え方 (4/10)

▶ メールで質問をしていただいてもいいです。ただし、その場合には
...

◎ 学籍番号、学科を明記して、名前を名乗ってください。

◎ どの講義の質問なのか（この講義の場合には水曜または火曜の「数学の考え方」）をはっきり書いてください。

◎ スпам・フィルターがスパムと見間違えないようなメールを書いてください。

受講の注意 (2)

数学の考え方 (4/10)

- ▶ メールで質問をしていただいてもいいです。ただし、その場合には
...
- ◎ 学籍番号、学科を明記して、名前を名乗ってください。
- ◎ どの講義の質問なのか（この講義の場合には水曜または火曜の「数学の考え方」）をはっきり書いてください。
- ◎ スпам・フィルターがスパムと見間違えないようなメールを書いてください。

- ▶ 出欠は参考にはしますが、成績評価を大きく左右しません。
- ▶ 成績評価は主に講義中に何回か出してもらうリアクション・ペーパーとレポート（期末のレポートと場合によってはあと一回くらい）に基づいて行います。

- ▶ 出欠は参考にはしますが、成績評価を大きく左右しません。
- ▶ 成績評価は主に講義中に何回か出してもらうリアクション・ペーパーとレポート（期末のレポートと場合によってはあと一回くらい）に基づいて行います。

- ▶ 出欠は参考にはしますが、成績評価を大きく左右しません。
- ▶ 成績評価は主に講義中に何回か出してもらうリアクション・ペーパーとレポート（期末のレポートと場合によってはあと一回くらい）に基づいて行います。

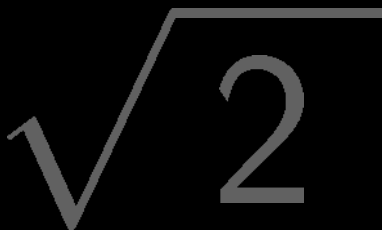
以下のリストは、講義の進展にそってアップデートしています (現在のバージョンはすでに第1回の講義のときとは異なるものになっています)。特に、全講義が終った後では、実際に行なった講義内容に対応する目次になる予定です。

- 1 文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用
- 2 厳密に証明する
- 3 厳密な定義を与える
- 4 議論の出発点となる仮定が何かを明確にする
- 5 公理的方法
- 6 数学と無限 (補講)

1. 数学ではどんな考え方をするか

1.1 文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

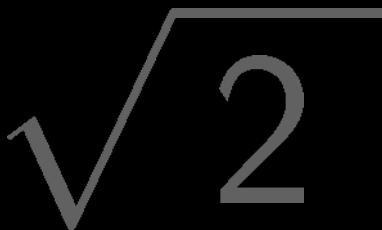
数学では色々な新しい（見慣れない）記号が使われる。例:



1. 数学ではどんな考え方をするか

1.1 文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

数学では色々な新しい（見慣れない）記号が使われる。例:



1. 数学ではどんな考え方をするか

1.1 文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

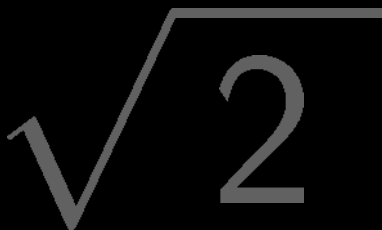
数学では色々な新しい（見慣れない）記号が使われる。例:

$$\sqrt{2}$$

1. 数学ではどんな考え方をするか

1.1 文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

数学では色々な新しい（見慣れない）記号が使われる。例:



1. 数学ではどんな考え方をするか

1.1 文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

数学では色々な新しい（見慣れない）記号が使われる。例:

$$\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}$$

$\sqrt{2}$ で、二乗すると 2 になるような正の数をあらわす。

もっと一般的には、正の数 a に対して、 \sqrt{a} で、二乗すると a になる正の数をあらわす。

\sqrt{a} という記号を使うことで、毎回、いちいち「二乗すると a になる正の数」と言う必要がなくなり手間がはぶける。



$\sqrt{2}$ で、二乗すると 2 になるような正の数をあらわす。

もっと一般的には、正の数 a に対して、 \sqrt{a} で、二乗すると a になる正の数をあらわす。

\sqrt{a} という記号を使うことで、毎回、いちいち「二乗すると a になる正の数」と言う必要がなくなり手間がはぶける。

$$\sqrt{2}$$

$\sqrt{2}$ で、二乗すると 2 になるような正の数をあらわす。

もっと一般的には、正の数 a に対して、 \sqrt{a} で、二乗すると a になる正の数をあらわす。

\sqrt{a} という記号を使うことで、毎回、いちいち「二乗すると a になる正の数」と言う必要がなくなり手間がはぶける。

$$\sqrt{2}$$

$\sqrt{2}$ で、二乗すると 2 になるような正の数をあらわす。

もっと一般的には、正の数 a に対して、 \sqrt{a} で、二乗すると a になる正の数をあらわす。

\sqrt{a} という記号を使うことで、毎回、いちいち「二乗すると a になる正の数」と言う必要がなくなり手間がはぶける。

次回からの講義の予告編 (3)

数学の考え方 (9/10)

問題点: \sqrt{a} という記号が問題なく使えるためには、次のふたつのことがらが明らかにならなくてはならない:

定理 1

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数が存在する.

定理 2

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は (存在するとすれば) ただ一つである.

- 1 番目の定理は、ちゃんと証明するのは簡単ではない。これをちゃんと証明するには、数とは何か？ ということに対してきちんとした答を出さなくてはならなくなる (これについては後で論じる)。
- 2 番目の定理は、中学校の数学の知識で証明できる (演習問題)。

次回からの講義の予告編 (3)

数学の考え方 (9/10)

問題点: \sqrt{a} という記号が問題なく使えるためには、次のふたつのことがらが明らかにならなくてはならない:

定理 1

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数が存在する。

定理 2

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は (存在するとすれば) ただ一つである。

- 1 番目の定理は、ちゃんと証明するのは簡単ではない。これをちゃんと証明するには、数とは何か? ということに対してきちんとした答を出さなくてはならなくなる (これについては後で論じる)。
- 2 番目の定理は、中学校の数学の知識で証明できる (演習問題)。

次回からの講義の予告編 (3)

数学の考え方 (9/10)

問題点: \sqrt{a} という記号が問題なく使えるためには、次のふたつのことがらが明らかにならなくてはならない:

定理 1

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数が存在する.

定理 2

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は (存在するとすれば) ただ一つである.

1 番目の定理は、ちゃんと証明するのは簡単ではない、これをちゃんと証明するには、数とは何か? ということに対してきちんとした答を出さなくてはならなくなる (これについては後で論じる).
2 番目の定理は、中学校の数学の知識で証明できる (演習問題).

次回からの講義の予告編 (3)

数学の考え方 (9/10)

問題点: \sqrt{a} という記号が問題なく使えるためには、次のふたつのことがらが明らかにならなくてはならない:

定理 1

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数が存在する.

定理 2

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は (存在するとすれば) ただ一つである.

- 1 番目の定理は、ちゃんと証明するのは簡単ではない、これをちゃんと証明するには、数とは何か? ということに対してきちんとした答を出さなくてはならなくなる (これについては後で論じる).
- 2 番目の定理は、中学校の数学の知識で証明できる (演習問題).

問題点: \sqrt{a} という記号が問題なく使えるためには、次のふたつのことがらが明らかにならなくてはならない:

定理 1

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数が存在する.

定理 2

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は (存在するとすれば) ただ一つである.

1 番目の定理は、ちゃんと証明するのは簡単ではない。これをちゃんと証明するには、数とは何か？ ということに対してきちんとした答を出さなくてはならなくなる (これについては後で論じる)。
2 番目の定理は、中学校の数学の知識で証明できる (演習問題)。

問題点: \sqrt{a} という記号が問題なく使えるためには、次のふたつのことがらが明らかにならなくてはならない:

定理 1

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数が存在する.

定理 2

すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は (存在するとすれば) ただ一つである.

- 1 番目の定理は、ちゃんと証明するのは簡単ではない。これをちゃんと証明するには、数とは何か？ ということに対してきちんとした答を出さなくてはならなくなる (これについては後で論じる)。
- 2 番目の定理は、中学校の数学の知識で証明できる (演習問題)。

1 回目の Reaction Paper

数学の考え方 (10/10)

配られた用紙に名前学籍番号を記入して、次のうちの、少なくともどれかひとつ（できれば全部）を書いてください:

- 算数や数学に関連したことで印象に残っていること
- これから学びたいと思っていること
- 今日の講義の説明を聞いて思ったこと、要望など
- その他でなにかぜひ書いてみたいことがあれば、そのこと
- 講義のときに質問できなかったが、ぜひ聞いてみたかったこと
- すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は（存在するとすれば）ただ一つである（この証明）

1 回目の Reaction Paper

数学の考え方 (10/10)

配られた用紙に名前学籍番号を記入して、次のうちの、少なくともどれかひとつ（できれば全部）を書いてください:

- 算数や数学に関連したことで印象に残っていること
- これから学びたいと思っていること
- 今日の講義の説明を聞いて思ったこと、要望など
- その他でなにかぜひ書いてみたいことがあれば、そのこと
- 講義のときに質問できなかったが、ぜひ聞いてみたかったこと
- すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は（存在するとすれば）ただ一つである（この証明）

1 回目の Reaction Paper

数学の考え方 (10/10)

配られた用紙に名前学籍番号を記入して、次のうちの、少なくともどれかひとつ（できれば全部）を書いてください:

- 算数や数学に関連したことで印象に残っていること
- これから学びたいと思っていること
- 今日の講義の説明を聞いて思ったこと、要望など
- その他でなにかぜひ書いてみたいことがあれば、そのこと
- 講義のときに質問できなかったが、ぜひ聞いてみたかったこと
- すべての正の数 a に対して、二乗すると a になるような正の数は（存在するとすれば）ただ一つである（ことの証明）