数 学 の 考 え 方

2009 年春学期@中部大学

Sakaé Fuchino （渕野 昌）

中部大学 (Chubu Univ.)

fuchino@isc.chubu.ac.jp
http://pauli.isc.chubu.ac.jp/~fuchino/

第 3 回目の講義 (April 29, 2009 (20:44) 版)

4 月 22 日 （水曜日） 5-6 時限目 （13:35～15:05） 934 教室
4 月 28 日 （火曜日） 9-10 時限目 （17:05～18:35） 946 教室

このスライドは pLaTeX + beamer class で作成しています.

文字定数，文字変数，記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで，普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる．
- 数学は記号を使うから難しいのではない．ただし，大学の学部で習う数学は，めんどうくさいかもしれないが，難しくはない．これに対して，数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある．
- 記号の役割は，むしろ，人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる，ということだろう．

文字定数，文字変数，記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで，普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる．
- 数学は記号を使うから難しいのではない．ただし，大学の学部で習う数学は，めんどうくさいかもしれないが，難しくはない．これに対して，数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある．
- 記号の役割は，むしろ，人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる，ということだろう．

文字定数，文字変数，記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで，普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる．
- 数学は記号を使うから難しいのではない．ただし，大学の学部で習う数学は，めんどうくさいかもしれないが，難しくはない．これに対して，数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある．
- 記号の役割は，むしろ，人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる，ということだろう．

文字定数，文字変数，記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで，普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる．
- 数学は記号を使うから難しいのではない．ただし，大学の学部で習う数学は，めんどうくさいかもしれないが，難しくはない．これに対して，数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある．
- 記号の役割は，むしろ，人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる，ということだろう．

文字定数，文字変数，記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで，普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる．
- 数学は記号を使うから難しいのではない．ただし，大学の学部で習う数学は，めんどうくさいかもしれないが，難しくはない．これに対して，数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある．
- 記号の役割は，むしろ，人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる，ということだろう．

文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで, 普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる.
- 数学は記号を使うから難しいのではない. ただし, 大学の学部で習う数学は, めんどうくさいかもしれないが, 難しくはない. これに対して, 数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある.
- 記号の役割は, むしろ, 人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる, ということだろう.

文字定数, 文字変数, 記号の積極的な使用

前回のまとめと補足

記号を積極的に使うことのメリット:

- 新しい記号を導入してそれを積極的に使うことで, 普通の言葉ではあらわすことが極端に難しい概念や主張をすっきりと表現できるようになる.
- 数学は記号を使うから難しいのではない. ただし, 大学の学部で習う数学は, めんどうくさいかもしれないが, 難しくはない. これに対して, 数学の研究の最前線に出てくる数学は本当に難しいこともある.
- 記号の役割は, むしろ, 人間の思考能力では普通には複雑すぎて考えられないことまで記号を使うことで考えられるようになる, ということだろう.

数学で現われる記号の歴史

参考文献

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html
http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

- 文字を一般の数を表す記号として用いることは，すでに古代ギリシャで行われている．
- $a, b, c, \ldots$ （アルファベットの最初からの文字）を定数を表すのに使い，$z, y, x, \ldots$ （アルファベットの最後からの文字）を未知数を表すのに使うという用法は，デカルト(1596 – 1650 (文禄 5 年 – 寛永 27 年)) が始めた．
- ルートを表す記号 $\surd$ は 16 世紀ごろの中世ヨーロッパで使われだしている．root (ラテン語で radix) の r の変形で生れた記号であるという説がある．
- 要素を表す記号 $\in$ はペアノ (1858 – 1932 (安政 5 年 – 昭和 7 年)) の 1889 年 (明治 22 年) の論文で導入されている．（$\in$ は英語の “is” をあらわすギリシャ語の ϵ が由来: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html）

数学で現われる記号の歴史

参考文献

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html
http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

- 文字を一般の数を表す記号として用いることは，すでに古代ギリシャで行われている．
- a, b, c, ...（アルファベットの最初からの文字）を定数を表すのに使い，z, y, x, ...（アルファベットの最後からの文字）を未知数を表すのに使うという用法は，デカルト(1596 – 1650 (文禄 5 年 – 寛永 27 年)) が始めた．
- ルートを表す記号 $\sqrt{\ }$ は 16 世紀ごろの中世ヨーロッパで使われだしている．root (ラテン語で radix) の r の変形で生れた記号であるという説がある．
- 要素を表す記号 $\in$ はペアノ (1858 – 1932 (安政 5 年 – 昭和 7 年)) の 1889 年 (明治 22 年) の論文で導入されている．（$\in$ は英語の "is" をあらわすギリシャ語の ϵ が由来: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html）

数学で現われる記号の歴史

参考文献

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html
http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

- 文字を一般の数を表す記号として用いることは，すでに古代ギリシャで行われている．
- $a, b, c, \ldots$（アルファベットの最初からの文字）を定数を表すのに使い，$z, y, x, \ldots$（アルファベットの最後からの文字）を未知数を表すのに使うという用法は，デカルト(1596 – 1650 (文禄 5 年 – 寛永 27 年)) が始めた．
- ルートを表す記号 $\sqrt{\ }$ は 16 世紀ごろの中世ヨーロッパで使われだしている．root (ラテン語で radix) の r の変形で生れた記号であるという説がある．
- 要素を表す記号 $\in$ はペアノ (1858 – 1932 (安政 5 年 – 昭和 7 年)) の 1889 年 (明治 22 年) の論文で導入されている．（$\in$ は英語の "is" をあらわすギリシャ語の ϵ が由来: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html）

数学で現われる記号の歴史

参考文献

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html
http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

- 文字を一般の数を表す記号として用いることは，すでに古代ギリシャで行われている．
- $a, b, c, \ldots$ （アルファベットの最初からの文字）を定数を表すのに使い，$z, y, x, \ldots$ （アルファベットの最後からの文字）を未知数を表すのに使うという用法は，デカルト(1596 – 1650 (文禄 5 年 – 寛永 27 年)) が始めた．
- ルートを表す記号 $\sqrt{\ }$ は 16 世紀ごろの中世ヨーロッパで使われだしている．root (ラテン語で radix) の r の変形で生れた記号であるという説がある．
- 要素を表す記号 $\in$ はペアノ (1858 – 1932 (安政 5 年 – 昭和 7 年)) の 1889 年 (明治 22 年) の論文で導入されている．（$\in$ は英語の “is” をあらわすギリシャ語の ϵ が由来: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html）

数学で現われる記号の歴史

参考文献

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html
http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

- 文字を一般の数を表す記号として用いることは，すでに古代ギリシャで行われている．
- $a, b, c, \ldots$（アルファベットの最初からの文字）を定数を表すのに使い，$z, y, x, \ldots$（アルファベットの最後からの文字）を未知数を表すのに使うという用法は，デカルト(1596 – 1650 (文禄 5 年 – 寛永 27 年)) が始めた．
- ルートを表す記号 $\sqrt{\ }$ は 16 世紀ごろの中世ヨーロッパで使われだしている．root (ラテン語で radix) の r の変形で生れた記号であるという説がある．
- 要素を表す記号 $\in$ はペアノ(1858 – 1932 (安政 5 年 – 昭和 7 年)) の 1889 年 (明治 22 年) の論文で導入されている．（$\in$ は英語の “is” をあらわすギリシャ語の ϵ が由来: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html）

数学で現われる記号の歴史

参考文献

http://jeff560.tripod.com/mathsym.html
http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm

- 文字を一般の数を表す記号として用いることは，すでに古代ギリシャで行われている．
- $a, b, c, \ldots$ （アルファベットの最初からの文字）を定数を表すのに使い，$z, y, x, \ldots$ （アルファベットの最後からの文字）を未知数を表すのに使うという用法は，デカルト(1596 – 1650 (文禄 5 年 – 寛永 27 年)) が始めた．
- ルートを表す記号 $\sqrt{\ }$ は 16 世紀ごろの中世ヨーロッパで使われだしている．root (ラテン語で radix) の r の変形で生れた記号であるという説がある．
- 要素を表す記号 $\in$ はペアノ (1858 – 1932 (安政 5 年 – 昭和 7 年)) の 1889 年 (明治 22 年) の論文で導入されている．（$\in$ は英語の “is” をあらわすギリシャ語の ϵ が由来: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Beginnings_of_set_theory.html）

1.2 厳密に証明する

数学での基本姿勢の一つは，すべての命題（主張，定理）を厳密に（論理的な隙が全くないように）証明することである．
このような姿勢をとることの必要性，必然性は次のような事実に見ることができる:

- 数学は科学（数理科学，人文科学のすべてを含む！）の基礎なので，数学が論理的に破綻すると，すべての科学が共倒れになってしまう．
- 数学の諸理論は，命題をつみかさねていって，直観だけではとても到達できないような深い内容に至ることが多いので，一つ一つのステップをきっちり確認して進まないと，先の方であやふやになって収拾がつかなくなってしまう．

1.2 厳密に証明する

数学での基本姿勢の一つは，すべての命題（主張，定理）を厳密に（論理的な隙が全くないように）証明することである．

このような姿勢をとることの必要性，必然性は次のような事実に見ることができる:

- 数学は科学（数理科学，人文科学のすべてを含む！）の基礎なので，数学が論理的に破綻すると，すべての科学が共倒れになってしまう．
- 数学の諸理論は，命題をつみかさねていって，直観だけではとても到達できないような深い内容に至ることが多いので，一つ一つのステップをきっちり確認して進まないと，先の方であやふやになって収拾がつかなくなってしまう．

1.2 厳密に証明する

数学での基本姿勢の一つは，すべての命題（主張，定理）を厳密に（論理的な隙が全くないように）証明することである．
このような姿勢をとることの必要性，必然性は次のような事実に見ることができる:

- 数学は科学（数理科学，人文科学のすべてを含む！）の基礎なので，数学が論理的に破綻すると，すべての科学が共倒れになってしまう．
- 数学の諸理論は，命題をつみかさねていって，直観だけではとても到達できないような深い内容に至ることが多いので，一つ一つのステップをきっちり確認して進まないと，先の方であやふやになって収拾がつかなくなってしまう．

1.2 厳密に証明する

数学での基本姿勢の一つは，すべての命題（主張，定理）を厳密に（論理的な隙が全くないように）証明することである．
このような姿勢をとることの必要性，必然性は次のような事実に見ることができる:

- 数学は科学（数理科学，人文科学のすべてを含む！）の基礎なので，数学が論理的に破綻すると，すべての科学が共倒れになってしまう．
- 数学の諸理論は，命題をつみかさねていって，直観だけではとても到達できないような深い内容に至ることが多いので，一つ一つのステップをきっちり確認して進まないと，先の方であやふやになって収拾がつかなくなってしまう．

1.2 厳密に証明する

数学での基本姿勢の一つは，すべての命題（主張，定理）を厳密に（論理的な隙が全くないように）証明することである．
このような姿勢をとることの必要性，必然性は次のような事実に見ることができる:

- 数学は科学（数理科学，人文科学のすべてを含む！）の基礎なので，数学が論理的に破綻すると，すべての科学が共倒れになってしまう．
- 数学の諸理論は，命題をつみかさねていって，直観だけではとても到達できないような深い内容に至ることが多いので，一つ一つのステップをきっちり確認して進まないと，先の方であやふやになって収拾がつかなくなってしまう．

1.2 厳密に証明する (2)

数学者が新しい理論を作ってゆくときには，証明を考えることは不可欠である．しかし，すでに出来上がった数学を応用するために勉強するだけだという場合にも，「誰かが既に正しい証明を与えているのだから，数学を応用するときには証明ははぶいてもよい」，という考え方は必ずしも正しくない:

- 数学の定理には，その定理の証明にこそ真理が隠されている，という種類のものが少なくない．定理が単に証明の「まとめ」にすぎない場合もある．そのような定理では，証明を学ばないと（あるいは自分で再現してみないと）その本当の意味を理解できない．
- 証明に定理より多くの情報が含まれている場合もある．例えば解析学（工学部で習う微分積分学 I, II やそのの延長線上にあるようなテーマ）では，定理の証明が，定理に対応する数値計算の（計算法の祖形の）実行方法の記述になっている場合も少なくない．

以下で幾つかの証明の例を見ることにする．

1.2 厳密に証明する (2)

数学者が新しい理論を作ってゆくときには，証明を考えることは不可欠である．しかし，すでに出来上がった数学を応用するために勉強するだけだという場合にも,「誰かが既に正しい証明を与えているのだから，数学を応用するときには証明ははぶいてもよい」，という考え方は必ずしも正しくない:

- 数学の定理には，その定理の証明にこそ真理が隠されている，という種類のものが少なくない．定理が単に証明の「まとめ」にすぎない場合もある．そのような定理では，証明を学ばないと（あるいは自分で再現してみないと）その本当の意味を理解できない．
- 証明に定理より多くの情報が含まれている場合もある．例えば解析学（工学部で習う微分積分学 I, II やそのの延長線上にあるようなテーマ）では，定理の証明が，定理に対応する数値計算の（計算法の祖形の）実行方法の記述になっている場合も少なくない．

以下で幾つかの証明の例を見ることにする．

1.2 厳密に証明する (2)

数学者が新しい理論を作ってゆくときには，証明を考えることは不可欠である．しかし，すでに出来上がった数学を応用するために勉強するだけだという場合にも，「誰かが既に正しい証明を与えているのだから，数学を応用するときには証明ははぶいてもよい」，という考え方は必ずしも正しくない:

- 数学の定理には，その定理の証明にこそ真理が隠されている，という種類のものが少なくない．定理が単に証明の「まとめ」にすぎない場合もある．そのような定理では，証明を学ばないと（あるいは自分で再現してみないと）その本当の意味を理解できない．
- 証明に定理より多くの情報が含まれている場合もある．例えば解析学（工学部で習う微分積分学 I, II やそのの延長線上にあるようなテーマ）では，定理の証明が，定理に対応する数値計算の（計算法の祖形の）実行方法の記述になっている場合も少なくない．

以下で幾つかの証明の例を見ることにする．

1.2 厳密に証明する (2)

数学者が新しい理論を作ってゆくときには，証明を考えることは不可欠である．しかし，すでに出来上がった数学を応用するために勉強するだけだという場合にも，「誰かが既に正しい証明を与えているのだから，数学を応用するときには証明ははぶいてもよい」，という考え方は必ずしも正しくない:

- 数学の定理には，その定理の証明にこそ真理が隠されている，という種類のものが少なくない．定理が単に証明の「まとめ」にすぎない場合もある．そのような定理では，証明を学ばないと（あるいは自分で再現してみないと）その本当の意味を理解できない．
- 証明に定理より多くの情報が含まれている場合もある．例えば解析学（工学部で習う微分積分学 I, II やそのの延長線上にあるようなテーマ）では，定理の証明が，定理に対応する数値計算の（計算法の祖形の）実行方法の記述になっている場合も少なくない．

以下で幾つかの証明の例を見ることにする．

1.2 厳密に証明する (2)

数学者が新しい理論を作ってゆくときには，証明を考えることは不可欠である．しかし，すでに出来上がった数学を応用するために勉強するだけだという場合にも，「誰かが既に正しい証明を与えているのだから，数学を応用するときには証明ははぶいてもよい」，という考え方は必ずしも正しくない:

- 数学の定理には，その定理の証明にこそ真理が隠されている，という種類のものが少なくない．定理が単に証明の「まとめ」にすぎない場合もある．そのような定理では，証明を学ばないと（あるいは自分で再現してみないと）その本当の意味を理解できない．
- 証明に定理より多くの情報が含まれている場合もある．例えば解析学（工学部で習う微分積分学 I, II やその延長線上にあるようなテーマ）では，定理の証明が，定理に対応する数値計算の（計算法の祖形の）実行方法の記述になっている場合も少なくない．

以下で幾つかの証明の例を見ることにする．

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは，分母，分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は，それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので，有理数である.
- 後で（次回）証明するように，すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる．たとえば，$\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.7671232876712328\cdots = 0.\dot{7}\dot{6}\dot{7}\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{2}\dot{8}$ である．逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている． **今回，黒板で証明を説明して，次回スライドで復習する.**

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは，分母，分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は，それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので，有理数である.
- 後で（次回）証明するように，すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる．たとえば，$\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}\dot{6}\dot{7}\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{2}\dot{8}$ である．逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている.　**今回，黒板で証明を説明して，次回スライドで復習する.**

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない．

注意．

- **有理数** とは，分母，分子を整数とするような分数として表せる数のことである．
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である．
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は，それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので，有理数である．
- 後で（次回）証明するように，すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる．たとえば，$\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}\dot{6}\dot{7}\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{2}\dot{8}$ である．逆にすべての循環小数は有理数である．
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている．**今回，黒板で証明を説明して，次回スライドで復習する．**

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは, 分母, 分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right)$, $\frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は, それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので, 有理数である.
- 後で (次回) 証明するように, すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる. たとえば, $\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}\dot{6}\dot{7}\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{2}\dot{8}$ である. 逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている. **今回, 黒板で証明を説明して, 次回スライドで復習する.**

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは，分母，分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は，それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので，有理数である.
- 後で（次回）証明するように，すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる．たとえば，$\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}671232\dot{8}$ である．逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている． **今回，黒板で証明を説明して，次回スライドで復習する.**

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは, 分母, 分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は, それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので, 有理数である.
- 後で (次回) 証明するように, すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる. たとえば, $\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.7671232876712328\cdots = 0.\dot{7}\dot{6}\dot{7}\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{2}\dot{8}$ である. 逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている. 今回, 黒板で証明を説明して, 次回スライドで復習する.

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは，分母，分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は，それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので，有理数である.
- 後で（次回）証明するように，すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる．たとえば，$\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}671232\dot{8}$ である．逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている．　今回，黒板で証明を説明して，次回スライドで復習する.

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは，分母，分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は，それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので，有理数である.
- 後で（次回）証明するように，すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる．たとえば，$\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}\dot{6}\dot{7}\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{2}\dot{8}$ である．逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている．　今回，黒板で証明を説明して，次回スライドで復習する.

証明の例 (1)

定理 1 (Hippasus, 紀元前 6 世紀ごろ)

$\sqrt{2}$ は有理数でない.

注意.

- **有理数** とは, 分母, 分子を整数とするような分数として表せる数のことである.
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{7}{4} = \left(\frac{-7}{4}\right), \frac{56}{73}$ などは有理数である.
- 整数 $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots$ は, それぞれ $\cdots, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \cdots$ とあらわせるので, 有理数である.
- 後で（次回）証明するように, すべての有理数は **循環小数** としてあらわせる. たとえば, $\frac{2}{3} = 0.6666\cdots = 0.\dot{6}$, $\frac{56}{73} = 0.767123287671232 8\cdots = 0.\dot{7}671232\dot{8}$ である. 逆にすべての循環小数は有理数である.
- 定理 1 はギリシャの数学者ヒッパソスによって証明されたと言われている. 今回, 黒板で証明を説明して, 次回スライドで復習する.

注意. 前のスライドで “ヒッパソス” にリンクした日本語版 Wikipedia の『ヒッパソス』の項目は，対応する英語版の項目の抄訳と思われるが，この日本語の項目の 2008 年 4 月 1 日版では，いくつかの誤訳のため一部が内容的に間違ったり，論理的に破綻したものになっているので注意！