

| | | | | | | |
|--------------|---|------|------------|------|------|---|
| 科目名 | 統計の手法 | 担当者名 | 瀧野 昌 | 所要時間 | 75 分 | 2005 年 7 月 23 日 (土) 11:15 - 12:30 施行 |
| 持込 | すべて可 | | | | | |
| 添付する 解答用紙 | 0 枚配付 (問題用紙の回収 <input checked="" type="checkbox"/> ・ 否) | | 計算用紙 0 枚配付 | | | |

このテストの回答と解説を試験後に

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/~fuchino/chubu/statistics-05s-kimatsu.pdf>
として掲示します。

I. 以下の に、あてはまる数値、数式、計算、語句、または、その他の表現を記入しなさい。

1) あるデータの度数分布表が、以下のように与えられているとき、この平均値は、

| 階級 | 階級値 | 度数 |
|-------|-----|----|
| 1~10 | 5 | 3 |
| 10~20 | 15 | 5 |
| 20~30 | 25 | 8 |
| 30~40 | 35 | 4 |

$(5 \times 3 + 15 \times 5 + 25 \times 8 + 35 \times 4) / \text{20}$ により計算でき、その値は、 21.5 である。一方、分散は、

$$((5 - 21.5)^2 \times 3 + (15 - 21.5)^2 \times 5 + (25 - 21.5)^2 \times 8 + (35 - 21.5)^2 \times 4) / 20$$

で計算でき、この値は、 92.75 となる。この度数分布表の不偏分散は、分散の値の $\frac{20}{\text{19}}$ だから、その値は、約 97.6 となる。

2) 確率変数 X が平均値が 30 , 標準偏差 が 5 の正規分布 $N(30, 25)$ に従うとき、 $Z = \frac{X - \text{30}}{\text{5}}$ と

すると、 Z は、平均値 0 , 分散 1 の標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う確率変数となる。このことを用いると、たとえば、 $P(10 < X < 25)$ の値は次のようにして求めることができる： $10 < X < 25 \Leftrightarrow -4 < Z < \text{-1}$ である。 $N(0, 1)$ の確率密度関数は $x = 0$ を中心に左右対称だから、 $P(10 < X < 25) = P(\text{1} < Z < 4) = P(0 < Z < \text{4}) - P(0 < Z < \text{1})$ と計算できる。したがって、教科書の数表から、 $P(10 < X < 25)$ の値は、約 0.1587 となることわかる。

3) “推定” とは多数の個体からなる全体の統計量を知るために、全体のごく一部についてのデータをとって、この測定値から全体での値を結論する方法である。このときの、全体のことを 母集団 とよび、この全体での、そこで着目している特性値の平均と分散を、それぞれ 母平均 , 母分散 とよぶ。これに対し、データをとる全体の一部を 標本 とよび、そこでの平均と分散を、 標本平均 , 標本分散 とよぶ。また、このような全体の一部をできるだけデータの偏りのないようにとることを 無作為 抽出するという。

4) 仮説検定、ある仮定 H_0 のもとに、確率を計算し、その結果測定された実測値がきわめて低い確率 $p = 1 - \alpha$ を持つ事象を与える値の周辺領域 W に属することを示し、このことから、この仮定 H_0 がほぼ誤りと言えることを結論し、この仮定 H_0 の否定 H_1 がほぼ成り立っていると推測する論法である。 H_0 のことを 帰無仮説 とよび H_1 を 対立仮説 とよぶ。また W を 棄却領域 といい、 α を 有意水準 という。

5) ある国では、過去 1000 年間に大地震が 125 回起っている。つまりこの国の 10 年間の大地震の平均発生回数は 1.25 回である。この国での地震の発生回数がポアソン分布に従うと仮定する。このとき、 X をこの国の次の 10 年間に地震の起る回数を返す 確率変数 とするとき、 $P(2 \leq X) = 1 - P(X = 0) - P(\text{X} = \text{1})$ だから、これから 10 年以内にこの国で大地震が 2 回以上起る確率は、約 35 % となることわかる。ただし、 $e^{-1.25} = 0.29$ として計算している。

| | | | | | |
|----|----|----|-------|---|----|
| 学部 | 学科 | 年次 | 学生証番号 | 番 | 氏名 |
|----|----|----|-------|---|----|

II. ある地方のヒヨドリ 23 羽を 200? 年 2 月に測定したところ，平均体重が 91.7 g で標準偏差が 13.24 g であった．

(1) この地方のこの月のヒヨドリ平均体重の信頼度 95 % の信頼区間を求めよ．

不偏標準偏差は， $\sqrt{\frac{23}{22}} \cdot 13.24 \approx 13.5$ となる．自由度 $23 - 1$ の t 分布を教科書 p.202 の表で調べると $t_{22}(0.025) = 2.074$ だから，

$$91.7 - 2.1 \cdot \frac{13.5}{\sqrt{23}} \leq \mu \leq 91.7 + 2.1 \cdot \frac{13.5}{\sqrt{23}},$$

したがって，約 $85.8 \leq x \leq 97.6$ (g) が信頼度 95 % の信頼区間となる．

(2) この地方のヒヨドリの通年の平均体重は 86.2 g だった．上の測定値から，この地方のヒヨドリの 2 月の平均体重は通年の平均体重より大きいことが結論できるか？ 有意水準 5 % で検定せよ．有意水準 1 % ではどのように結論できるか？

通年の平均体重を μ として帰無仮説 H_0 を「2 月の平均体重が通年の平均体重より大きくない」とするとき，標本平均 \bar{x} と標本不偏標準偏差 u に対し，

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{u/\sqrt{23}} \geq t_{22}(0.05)$$

が棄却域に入る条件となる．ここで $\bar{x} = 91.7$, $u = 13.5$, $\mu = 86.2$ また教科書 p.202 の表から， $t_{22}(0.05) = 1.717$ となるので，これらの値を代入すると，左辺 $= 2.0 > 1.7 =$ 右辺となり，帰無仮説 H_0 は棄却され，この地方のヒヨドリの 2 月の平均体重は通年の平均体重より大きいことが，有意水準 5 % で採択される．一方 $t_{22}(0.01) = 2.508$ だから，有意水準 1 % では帰無仮説 H_0 は棄却できず，この場合には，ヒヨドリの 2 月の平均体重は通年の平均体重より大きいことが必ずしも結論できない．