

以下は、6月2日に提出してもらったレポートの解説と解答例です。この文書は

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/fuchino/chubu/statistics-05s-report02.pdf>

として downloadable です。

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/fuchino/chubu/statistics-05s.html>

にはこのファイルをはじめ、講義に関連する資料のリンクがあります。

1. 次は、ある変量  $x$  と  $y$  の測定データです。

x	6	7	4	5	8
y	5	6	4	4	6

(a)  $x$  と  $y$  の相関図を描いてください。

(b)  $x$  と  $y$  の相関係数を求めてください。

$x$  と  $y$  の平均はそれぞれ  $\bar{x} = \frac{6+7+4+5+8}{5} = 6$ ,  $\bar{y} = \frac{5+6+4+4+6}{5} = 5$  だから、

$x$  と  $y$  の標準偏差は、それぞれ  $\sigma(x) = \sqrt{\frac{(6-6)^2 + (7-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2}{5}} =$

$\sqrt{2}$ ,  $\sigma(y) = \sqrt{\frac{(5-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2}{5}} = \sqrt{0.8}$  となる。教科書 37 ページの相関係数の式に、これら値、および  $N = 5$  とデータの各値を代入すると、

$$r(x, y) = \frac{1}{5} \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{0.8}} ((6-6)(5-5) + (7-6)(6-5) + (4-6)(4-5) + \dots) \approx 0.95$$

(c) このデータの回帰直線をあらわす式を求め、(a) で作成した相関図にこの回帰直線を記入してください。

$$C(x, y) = \frac{1}{5} ((6-6)(5-5) + (7-6)(6-5) + (4-6)(4-5) + \dots) = \frac{6}{5}$$

だから、教科書 41 ページによりこのデータでの  $y$  の  $x$  への回帰直線は

$$y = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2}(x - 6) + 5$$

つまり  $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$  で表される。

注意: この問題はあくまで演習用です. 一般にはサイズが5くらいの多変量データの相関を考察することはあまり意味がありません.

2. さいころを2つころがしたとき, 出た目の小さいほう(同じ数の目が出たときにはその数)を与える確率変数を  $X$  とします.

(a)  $P(X = 1), P(X = 2), \dots, P(X = 6)$  は何になるか考えてください.

教科書 48 ページの下の表と同様な表をここでの  $X$  に対して作ると,

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

となるから, たとえば,  $X$  の値が 1 となるのは  $6 \times 6 = 36$  個の組合せのうち 11 個だから,  $P(X = 1) = \frac{11}{36}$  となる. 同様に,  $P(X = 2) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ ,  $P(X = 3) = \frac{7}{36}$ ,  $P(X = 4) = \frac{5}{36}$ ,  $P(X = 5) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ ,  $P(X = 6) = \frac{1}{36}$  となる.

(b)  $P(2 \leq X \leq 4)$  は何になるのでしょうか?

$P(2 \leq X \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$  だから, (a) から,  $P(2 \leq X \leq 4) = \frac{9+7+5}{36} = \frac{7}{12}$  となる.

(c)  $E(X), V(X), \sigma(X)$  を求めてください.

$$E(X) = 1 \cdot P(X = 1) + \dots + 6 \cdot P(X = 6) = 1 \cdot \frac{11}{36} + \dots + 6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{91}{36} \approx 2.53$$

$$V(X) = (1 - E(X))^2 \cdot P(X = 1) + \dots + (6 - E(X))^2 \cdot P(X = 6) \approx 1.97$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 1.40$$

(d)  $V(3X + 2)$  と  $\sigma(3X + 2)$  を求めてください.

教科書 55 ページの囲みの中の (3) と上の (c) から

$$V(3X + 2) = 3^2 V(X) \approx 17.74$$

$$\sigma(3X + 2) = \sqrt{V(3X + 2)} \approx 4.21$$

(e)  $E(2X^2 - X + 3)$  を求めてください.

教科書 55 ページの囲みの中の (1) と教科書 65 ページの囲みの中の (1) から  $E(2X^2 - X + 3) = 2E(X^2) - E(X) + 3$  したがって, 教科書 55 ページの囲みの中の (2) から,  $E(2X^2 - X + 3) = 2(V(X) + (E(X))^2) - E(X) + 3$  となる. この式に上での計算結果を代入して,  $E(2X^2 - X + 3) \approx 17.19$