
以下は、6月30日に提出してもらったレポートの解説と解答例です。この文書は

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/fuchino/chubu/statistics-05s-report03.pdf>

として downloadable です。

<http://math.cs.kitami-it.ac.jp/fuchino/chubu/statistics-05s.html>

にはこのファイルをはじめ、講義に関連する資料のリンクがあります。

1. ある工場では、製品の1000個に13.6個の割合で不良品が出るという。この工場の製品を20個買ったとき、不良品が2つかそれ以上含まれている確率を、不良品の分布がポアソン分布によると仮定して計算してください。

20個の中に入っている不良品の平均個数は、 $\frac{13.6}{1000} \times 20 = 0.272$ だから、製品を20個買ったとき、含まれている不良品の数を返す確率変数を X とすると、 $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \frac{0.272^0}{0!} e^{-0.272} - \frac{0.272^1}{1!} e^{-0.272} \approx 0.031$ となるからこの確率は約3.1%となることがわかる。

2. 確率変数 X が $N(20, 100)$ に従うとき、 $P(25 \leq X \leq 30)$ を教科書 p.201 の数表を用いて計算してください。

X が $N(20, 100)$ に従うときには、 $Z = \frac{X - 20}{10}$ は $N(0, 1)$ に従う(教科書 p.85 を参照)。また、 $25 \leq X \leq 30 \Leftrightarrow 5 \leq X - 20 \leq 10 \Leftrightarrow 0.5 \leq \frac{X - 20}{10} \leq 1$ だから、標準正規分布に従う確率変数 Z が 0.5 と 1 の間の値をとる確率を計算すればよい。これは教科書 p.201 の数表を使って

$$P(0.5 \leq Z \leq 1) = P(0 \leq Z \leq 1) - P(0 \leq Z \leq 0.5) \approx 0.3413 - 0.1915 = 0.1498$$

となることがわかる。

3. ある中学校1年生男子の総数は1200人で、これらの生徒の平均身長は154.3cmで、標準偏差は8.1cmだった。この身長データは正規分布に従うものとする。

- (1) 身長154.3 cm以上の学生は何人いるでしょうか?
- (2) 身長156 cm以上の学生は何人いますか?
- (3) 生徒を身長の小さい順にならべたとき、800人目の生徒の身長は何でしょうか?

X でこれらの生徒の一人の身長を返す確率変数を表すことにすると、仮定から、 $Z = \frac{X - 145.3}{8.1}$ は $N(0, 1)$ に従う確率変数となる。

(1): 154.3 cm は X の平均値で、正規分布の分布関数は平均値を中心に左右対称な形をしているから、身長が154.3 cmの学生は全体のちょうど半分、つまり600人いることがわかる。

(2): $156 \leq X \Leftrightarrow \frac{156 - 154.3}{8.1} \leq Z$ で, $\frac{156 - 154.3}{8.1} \approx 0.21$ だから, $P(0.21 \leq Z) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.21) \approx 0.5 - 0.0832 = 0.4168$ が身長 156 cm 以上の学生の全生徒中の割合となる. したがって, $0.4168 \times 1200 = 500.16$ から, このような学生は大体 500 人くらいいることがわかる.

(3): 1200 人中 800 人は, 全体の約 0.6667 である. $P(Z \leq \alpha) = P(Z < 0) + P(0 \leq Z \leq \alpha) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq \alpha) = 0.6667$ したがって, 大体 $P(0 \leq Z \leq \alpha) = 0.1667$ となるような α を p.201 の数表から求めると, $\alpha = 0.43$ となる. $Z = 0.43 \Leftrightarrow X = 0.43 \times 8.1 + 154.3 \approx 157.8$ だから, 800 人目の生徒の身長は約 157.8cm となることがわかる (注意: もとの身長のデータが小数点 1 桁の (つまり 1mm きざみの) 精度のものとなっているので, ここでの概算値もそれに合わせたものにするべきである)