

以下の問題をできるかぎり解いて、問題と解答を A4の紙 にレポートとしてまとめて7月13日(または7月20日 — 今回はこれ以降の提出を認めないことにします)の 講義の初め に提出してください。

ただし、解答は、結果を得るための計算過程、思考過程が分るような書き方を工夫してください。結果だけが書かれていて、それを得るための計算の工夫や考え方が述べられていないものは解答とは認めません。提出してもらったレポートは返却できませんので、自分の解答はコピーをとっておいてください。

この演習の問題用紙は、

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/biseki1-10s-uebung3.pdf>

としてダウンロードできます。提出期間直後に解説と解答例を

<http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/>

にリンクします。

1. 次の関数 $f(x)$ のマクローリン展開を求めてください:

(a) $f(x) = e^{3x+1}$, (b) $f(x) = \frac{1}{1-3x}$

2. e^x のマクローリン展開 $e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n + \cdots$ で $x = 1$ として $n = 8$ までの項を計算したとき、 $e \doteq 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{8!}$ という近似式が得られます。ラグランジュの剰余項を用いて、この近似式の精度の評価を与えてください。

計算してみると $e \doteq 1 + 1 + 1/2 + 1/3! + 1/4! + 1/5! + 1/6! + 1/7! + 1/8! = 2.7182787698412 \cdots$ となりました。この小数点表示で e の数値を正しく与えているのは何桁目まででしょうか? ただし、 $1/9! = 2.7557319223985 \cdots \times 10^{-6}$ で、 $e \leq 3$ となることに留意してください。

3. $f(x, y) = \frac{xy}{x+y}$ とするとき、 f_x と f_y を求めてください。

4. $f(x, y) = x^3y^5 + 1$ とするとき、

(a) $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$ を求めてください。

(b) グラフ $z = f(x, y)$ の点 $(2, 1, f(2, 1))$ での、このグラフの接平面の方程式を求めてください。

5. $f(x, y)$ を2変数関数として、 $g(r, \theta) = f(r \cos \theta, r \sin \theta)$ とするとき、 g_{rr} と $g_{\theta\theta}$ を求めてください。

6. (予習問題) $f(x, y) = e^{2x-y}$ のマクローリン展開を x, y に関する二次の項まで求めてください。

7. (予習問題) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ の極値を求めてください。