

次の課題は、2018 年 7 月 19 日の補講の時間に実施した演習で扱っていなかった項目に関する補足の演習問題です。

1 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ で定義される関数 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ の極値を求めてください。

2 (a) 関数 $f(x, y) = xy$ を $x^2 + 4y^2 = 8$ の条件の下で考えるとき、 f が極値をとる候補となる点をラグランジュの未定常数法 (7 月 26 日の講義の定理 6.3) を用いて求めてください。

(b) 任意の連続関数 $h: D \rightarrow \mathbb{R}$ ($D \subseteq \mathbb{R}^2$) は D に含まれる有界閉曲線上で最大値と最小値をとることが証明できます (たとえば, <http://fuchino.ddo.jp/notes/math-notes-elementary.pdf> の定理 1.21 を参照). このことを使って, (a) での関数 $f(x, y) = xy$ の $x^2 + 4y^2 = 8$ の条件の下での最大値と最小値をとる点すべてと, それらの点での $f(x, y)$ 値を求めてください。