構造の数理

I. 演算の体系と代数的構造（その 1）

Sakaé Fuchino (渕野 昌)

Kobe University (神戸大学大学院 システム情報学研究科)

fuchino@diamond.kobe-u.ac.jp

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/

(October 10, 2010 (14:31 JST) version)

神戸大学 2010 年度後期の講義

October 7, 2010

This presentation is typeset by pLATEX with beamer class.

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない.
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう.
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は,

  http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

  に順次リンクする.
- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に "予想問題" （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）.
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）.

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない.
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう.
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は，

  http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

  に順次リンクする.
- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に "予想問題" （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）.
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）.

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない.
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう.
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は，

  http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

  に順次リンクする.
- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に “予想問題” （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）.
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）.

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない．
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう．
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は，

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクする．

- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に "予想問題" （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）．
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）．

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない．
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう．
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は，

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクする．

- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に “予想問題” （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）．
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）．

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない．
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう．
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は，

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクする．

- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に “予想問題” （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）．
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）．

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない.
- その代わり, 時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう.
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は,

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクする.

- 成績は, 主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に “予想問題” （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）.
- ただし, 受講の便のため成績について言及はしたが, 成績をつけることを, この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中, クイズや問題や演習問題を述べることもある, これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）.

受講に関する注意

- 出席は毎回はとらない．
- その代わり，時々リアクション・ペーパーを講義中に配って書いてもらう．
- 講義のスライドとスライドの printer friendly version は，

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクする．

- 成績は，主に期末テストの結果に応じてつける（期末テストでは事前に “予想問題” （ほとんど試験と同一の問題）を配付する予定）．
- ただし，受講の便のため成績について言及はしたが，成績をつけることを，この講義の中心課題だと思って いるわけではない !!
- 講義中，クイズや問題や演習問題を述べることもある，これらについて考えたことをまとめてレポートとして提出してくれてもよい（自由課題）．

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.
- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.
- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:

o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:

o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.

o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる.

o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.
- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.
- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:
o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:
o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.

o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる.

o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる．
- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる．
- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）
  - 短所:
    - 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）
  - 長所:
    - 本質が何なのかをはっきると見ることができる．
    - 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる．
    - 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある．

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の１つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.
- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.
- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）
  - 短所:
    - o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）
  - 長所:
    - o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.
    - o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる.
    - o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる．
- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる．
- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）
  - 短所:
    o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）
  - 長所:
    o 本質が何なのかをはっきると見ることができる．
    o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる．
    o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある．

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.

- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.

- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:
o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:
o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.

o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる.

o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる．

- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる．

- <u>抽象化</u>: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:
o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:
o 本質が何なのかをはっきると見ることができる．

o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる．

o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある．

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.

- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象, 社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって, 様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.

- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して, それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:
o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:
o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.
o 本質的でないことを捨てているために, それに紛らわされず効率的に考えられる.
o 抽象化によって, 全く別だと思っていたものが, 実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.

- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象, 社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって, 様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.

- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して, それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:

o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:

o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.

o 本質的でないことを捨てているために, それに紛らわされず効率的に考えられる.

o 抽象化によって, 全く別だと思っていたものが, 実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.

- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.

- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）

▷ 短所:
o 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）

▷ 長所:
o 本質が何なのかをはっきると見ることができる.

o 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる.

o 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

抽象性と抽象化

- 現代的な数学の特徴の 1 つとして抽象性 (abstractness) をあげることができる.
- 数学の内部での現象や数学の外の現象（物理的現象，社会的現象など）を 抽象化 (abstraction) することによって，様々な 数学的構造 (mathematical structures) （後出）が得られる.
- 抽象化: 本質的と思えるものを最小限残して，それ以外の要素をすべて捨てる（無視する）
  - 短所:
    - 「抽象的」で一見わかりにくい（ように思える）
  - 長所:
    - 本質が何なのかをはっきると見ることができる.
    - 本質的でないことを捨てているために，それに紛らわされず効率的に考えられる.
    - 抽象化によって，全く別だと思っていたものが，実は同じ本質を持っているということが発見できることもある.

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z=x+(y+z)$ が成り立つ．（結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x=x+0=x$ となる．（単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y=y+x=0$ となるような実数 y が存在する．（逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y=y+x$ である．（可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ．（結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる．（単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する．（逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である．（可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ．（結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる．（単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する．（逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である．（可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの 4 つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数

- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ．（結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる．（単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する．（逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である．（可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数

- 実数の足し算の基本性質として，つぎの 4 つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数

- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ．（結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる．（単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する．（逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である．（可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの 4 つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数

- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ．（結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる．（単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する．（逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である．（可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数

- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z=x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x=x+0=x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y=y+x=0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y=y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数

- 実数の足し算の基本性質として，つぎの 4 つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質

- 抽象化の例 として，実数の足し算の基本性質から「群」（ぐん）の概念を抽出することを見てみる．
- 実数: 数直線上の点に対応するような数
- 実数の足し算の基本性質として，つぎの４つの性質に着目する:

(a1) すべての実数 x, y, z に対し，$(x+y)+z = x+(y+z)$ が成り立つ． （結合法則）

(a2) すべての実数 x に対し，$0+x = x+0 = x$ となる． （単位元の存在）

(a3) すべての実数 x に対し，$x+y = y+x = 0$ となるような実数 y が存在する． （逆元の存在）

(a4) すべての実数 x, y に対し，$x+y = y+x$ である． （可換性）

実数の足し算の基本性質 (2)

- (a1) 結合法則と (a4) 可換性は数の計算で頻繁に応用されている．たとえば，

$$3+2+4+5+6+7+5+3$$

という計算をするとき，

$$\overbrace{(3+2+5)}^{10}+\overbrace{(4+6)}^{10}+\overbrace{(7+3)}^{10}+5=35$$

と，ならべなおしたり組み合わしたりすると簡単に暗算で計算ができる．
このように計算しても計算結果がもとの式と同じになることは，結合法則と可換性を複数回組み合わせて適用することで示せる．

実数の足し算の基本性質 (2)

- (a1) 結合法則と (a4) 可換性は数の計算で頻繁に応用されている．たとえば,

$$3+2+4+5+6+7+5+3$$

という計算をするとき,

$$\overbrace{(3+2+5)}^{10}+\overbrace{(4+6)}^{10}+\overbrace{(7+3)}^{10}+5=35$$

と，ならべなおしたり組み合わしたりすると簡単に暗算で計算ができる．
このように計算しても計算結果がもとの式と同じになることは,
結合法則と可換性を複数回組み合わせて適用することで示せる．

実数の足し算の基本性質 (2)

- (a1) 結合法則と (a4) 可換性は数の計算で頻繁に応用されている．たとえば,

$$3+2+4+5+6+7+5+3$$

という計算をするとき,

$$\overbrace{(3+2+5)}^{10}+\overbrace{(4+6)}^{10}+\overbrace{(7+3)}^{10}+5=35$$

と，ならべなおしたり組み合わしたりすると簡単に暗算で計算ができる．
このように計算しても計算結果がもとの式と同じになることは,
結合法則と可換性を複数回組み合わせて適用することで示せる．

実数の足し算の基本性質 (2)

- (a1) 結合法則と (a4) 可換性は数の計算で頻繁に応用されている．たとえば,

$$3 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 5 + 3$$

という計算をするとき,

$$\overbrace{(3+2+5)}^{10} + \overbrace{(4+6)}^{10} + \overbrace{(7+3)}^{10} + 5 = 35$$

と，ならべなおしたり組み合わしたりすると簡単に暗算で計算ができる．
このように計算しても計算結果がもとの式と同じになることは,
結合法則と可換性を複数回組み合わせて適用することで示せる．

実数の足し算の基本性質 (2)

- (a1) 結合法則と (a4) 可換性は数の計算で頻繁に応用されている．たとえば,

$$3+2+4+5+6+7+5+3$$

という計算をするとき,

$$\overbrace{(3+2+5)}^{10}+\overbrace{(4+6)}^{10}+\overbrace{(7+3)}^{10}+5=35$$

と，ならべなおしたり組み合わしたりすると簡単に暗算で計算ができる．
このように計算しても計算結果がもとの式と同じになることは，結合法則と可換性を複数回組み合わせて適用することで示せる．

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群（ぐん，group）と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．

- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G,\circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x\circ y)\circ z = x\circ(y\circ z)$ が成り立つ　（結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x\circ E = E\circ x = x$ が成り立つ．　（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x\circ y = y\circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．　（逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群（ぐん，group）と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．
- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ （結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ． （単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する． （逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群 (ぐん，group) と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．

- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ （結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ．（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．（逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群 (ぐん，group) と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．
- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ　（結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ．　（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．　（逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群 (ぐん，group) と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．

- 集合 （しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ　（結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ．　（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．　（逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群 (ぐん，group) と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．

- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ　（結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ．　（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．　（逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群 (ぐん，group) と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．

- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ　（結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ．　（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．　（逆元の存在）

群の定義

- 実数の基本性質 (a1) 〜 (a3) と (a4) に対応する演算の性質を用いて，群（ぐん，group）と アーベル群 (abelian group) の概念が定義できる．

- 集合（しゅうごう，set）とは，数学的な対象を集めることで得られる新しい数学の対象のこと．たとえば，実数 (real numbers) の全体を集めてでき集合が考えられるが，これを $\mathbb{R}$ とあらわす．

ある集合 G の上にある演算 $\circ$ が定義されていて，次の 3 つの性質が成り立つとき，G と $\circ$ の組 $(G, \circ)$ は 群 であるという:

(g1) すべての G の要素 x, y, z に対し $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ が成り立つ　（結合法則）

(g2) ある G の要素 E があって，どんな G の要素 x に対しても $x \circ E = E \circ x = x$ が成り立つ．　（単位元の存在）

(g3) 上の (g2) でのような E をとるとき，どんな G の要素 x に対しても $x \circ y = y \circ x = E$ となる G の要素 y が存在する．　（逆元の存在）

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して "G が群である"，と言うこともある.
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）.
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）.

$(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という.

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ.
(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している.

群の定義 (2)

- $(G,\circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して "G が群である"，と言うこともある．
- $(G,\circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G,\circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G,\circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

$(G,\circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G,\circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して “G が群である”，と言うこともある．
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

> $(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．
>
> (g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．
> (可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して “G が群である”，と言うこともある．
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

$(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して "G が群である"，と言うこともある．
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

$(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．
(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して "G が群である"，と言うこともある．
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

$(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して "G が群である"，と言うこともある．
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

$(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

群の定義 (2)

- $(G, \circ)$ が群のとき，簡単のため，$\circ$ への言及を省略して "G が群である"，と言うこともある．
- $(G, \circ)$ が群のとき，(g2) を満たすような G の要素 E を $(G, \circ)$ の 単位元 という．実は，単位元は必ず一意に決まる（後出）．
- $(G, \circ)$ が群で x が G の要素のとき，(g3) を満たすような G の要素 y を x の 逆元 とよぶ．実は，与えられた G の要素 x に対して x の逆元は必ず一意に決まる（後出）．

$(G, \circ)$ が群で，さらに次の (g4) を満たすとき，$(G, \circ)$ は アーベル群 (abelian group) である，という．

(g4) すべての G の要素 x, y に対し，$x \circ y = y \circ x$ が成り立つ．(可換性)

- アーベル群の「アーベル」は，数学者 Niels Henrik Abel にちなむ．ふつう人名は大文字で始めるが，アーベル群の概念は非常に頻繁に用いられるため，小文字で abelian group と書く書き方が定着している．

アーベル

アーベル (Niels Henrik Abel 1802(享和 2 年) - 1829(文政 12 年))

http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Abel.html

http://ja.wikipedia.org/wiki/ニールス・アーベル

群の例

- $G=\mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G,\circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R},+)$ はアーベル群である」とも表現できる．
- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R}\setminus\{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G,\circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?
- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x,y に対し，$x\circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x\circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G,\circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．
- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0\circ 0=0$ で定義すると，$(G,\circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．
- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?
- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．
- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G=\mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G,\circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R},+)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R}\setminus\{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G,\circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x,y に対し，$x\circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x\circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G,\circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0\circ 0=0$ で定義すると，$(G,\circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を 3 次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

群の例

- $G = \mathbb{R}$ として $\circ$ を数の足し算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である．これは「$(\mathbb{R}, +)$ はアーベル群である」とも表現できる．

- G を $\mathbb{R}$ から 0 を除いたもの（集合の記号法を用いると $\mathbb{R} \setminus \{0\}$）を G として $\circ$ を数のかけ算とするとき，$(G, \circ)$ はアーベル群である（演習問題）．この群での単位元や逆元は何になるか?

- G を３次元空間の原点を中心とした回転の全体とする．G の要素 x, y に対し，$x \circ y$ で回転 y と x の合成を表すことにする．つまり $x \circ y$ はまず y だけ回転してその後 x だけ回転したときの結果としての回転である．このとき $(G, \circ)$ は群となるが，アーベル群ではない（演習問題）．この群は幾何学などで重要な役割をはたす．

- G を 0 だけからなる集合 $\{0\}$ とする．G 上の演算 $\circ$ を $0 \circ 0 = 0$ で定義すると，$(G, \circ)$ はアーベル群になる（演習問題）．

¡Gracias por su atención!

このスライドも含めて，講義のスライドと，スライドの printer friendly version は，

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクします．

¡Gracias por su atención!

このスライドも含めて，講義のスライドと，スライドの printer friendly version は,

http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~fuchino/kobe/index.html

に順次リンクします.