情報知能工学総論及び安全工学
研究室見学: CS32/CS18A

2012 年 前期

工学部 情報知能工学科一年生のための開講科目

研究室紹介と模擬講義 (セミナー)

渕野 昌 (Sakaé Fuchino)

神戸大学大学院 システム情報学研究科

https://fuchino.ddo.jp/

(May 15, 2022 (19:04 JST) version)

July 11, 2012

このプレゼンテーションは pLATEX 上の beamer class を使ってタイプセットしたものです.

このプレゼンテーションの pdf ファイルは,

https://fuchino.ddo.jp/kobe/visit-12-cs32.pdf

としてダウンロードできます.

予定

- (CS32 を中心とした) 研究室と研究の紹介　(約 15 分)
- 模擬授業 (模擬セミナー)　(約 50 分)
- 質疑応答と研究室の guided tour　(残りの時間)

CS32/CS18A の教員，研究員と研究テーマ

CS32

ブレンドレ ヤーグ (Jörg Brendle)　集合論

渕野 昌 (Sakaé Fuchino)　集合論

垣内 逸郎 (Itsuro Kakiuchi)　統計学

菊池 誠 (Makoto Kikuchi)　不完全性定理

酒井 拓史 (Hiroshi Sakai)　集合論

桔梗 宏孝 (Hirotaka Kikyo)　モデル理論

研究員

Andrew Brooke-Taylor　集合論

井深 慎吾 (Shingo Ibuka) モデル理論，コルモゴロフ複雑性

大森 仁 (Hitoshi Omori) パラコンシステント論理

Dilip Raghavan　集合論

CS18A　(数理論理学の計算機科学への応用)

番原 睦則 (Mutsunori Banbara)　田村 直之 (Naoyuki Tamura)

宋剛 秀 (Soh Takehide)

数学の研究はどうやってやるのか?

Think!

Paul Erdős (1992, Copyright: MFO)
(26 March 1913 (大正 2) in Budapest, Hungary
— 20 Sept 1996 (平成 8) in Warsaw, Poland)

数学に国境はない

当時博士課程の学生だった
写真中央の ↓ Diego Mejia 氏
は現在は静岡大学准教授です

2012 年 1 月 神戸–ウィーン二国間セミナにて (倉橋 太志君の講演)

当時博士課程の学生だった倉橋大志氏は
現在本研究科の准教授になられています．

数学に国境はない

2012 年 1 月 神戸–ウィーン二国間セミナにて (Brendle 先生の講演)

面積のない図形

- 平面上の図形 $X \subseteq \mathbb{R}^2$ (のうちの一部) に対し，ゼロより小さくない数 $a(X)$ を対応させる "関数" が次のような性質を持っているとする:

(1) X が縦横サイズが r, s の長方形なら $a(X) = rs$

(2) $X \subseteq Y$ なら $a(X) \leq a(Y)$

(3) X_n, $n \in \mathbb{N}$ が互いに共通部分を持たないなら，
$a(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} X_n) = \sum_{n\in\mathbb{N}} a(X_n)$

(4) X をうらがえしたり，平行移動したり回転したりして Y に重ねあわせられるときには，$a(X) = a(Y)$

$a : X \mapsto a(X)$ が上の 性質を持つときには，$a(\cdot)$ は面積の概念を定義している，と考えていいだろう．ところが，

定理 (G. Vitali, 1905(明治 38)). 図形 $X \subseteq \mathbb{R}^2$ で，上のような性質を持つ $a(\cdot)$ をどうとっても，$a(\cdot)$ での値の定義できないものが存在する．

面積のない図形

- **Vitali の定理の証明のスケッチ**

  $[0,1]\times[0,1]$ の部分集合 X で，次の性質を持つものをとってくる:

(a) どんな $\mathrm{q}=(q,q')\in[0,1]\times[0,1]$, $q,q'\in\mathbb{Q}$ に対しても
  $X\cap(X+\mathrm{q})=\emptyset$.

  ただし，$\mathrm{q}=(q,q')$ に対し，
  $X+\mathrm{q}=\{(x+q,x'+q') : (x,x')\in X\}$

(b) X は (a) の性質を持つ集合のうちで $\subseteq$ に関して極大 (つまり，どんな $X'\supsetneq X$ も (a) の性質を持たない)

- $a(X)$ はうまく定義できない:
  $Q=\{\mathrm{q}=(q,q')\in[0,1]\times[0,1] : q,q'\in\mathbb{Q}\}$ として

  - (b) から，$[0,1]\times[0,1]\subseteq\bigcup_{\mathrm{q}\in Q}X+\mathrm{q}$ だから，$a(X)$ が定義されていれば，(2) と (3) と (4) から $a(X)>0$ でなければならない．
  - ところが，このときには (2) と (3) から，
    $\infty=a(\bigcup_{\mathrm{q}\in Q}X+\mathrm{q})<a([0,2]\times[0,2])=4$ となり矛盾．　□

多角形の面積

- 多角形に対しては，Vitali の定理のようなことが起ることはない:
  多角形は三角形に分割できるが，三角形の面積は一意に決まるから，(3) から，その面積はこれらの三角形の面積の和になる．

定理 (Wallace-Bolyai-Gerwien の定理, 1833(天保 4) 頃)
面積の等しい任意の多角形 P_1, P_2 に対し，P_1 をうまく有限個の多角形に分割すると，分割したこれらの多角形を組合せなおすことで，P_2 が得られる．

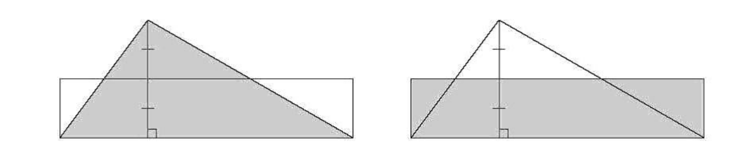
P_1 をうまく有限個の多角形に分割すると，分割したこれらの多角形を組合せなおすことで，P_2 が得られるとき，P_1, P_2 は，ハサミ合同 (scissors congruent) であると言うことにする．

多角形の面積

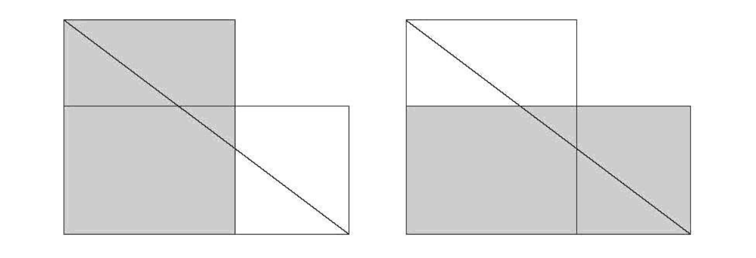
- **Wallace-Bolyai-Gerwien の定理の証明のスケッチ**
- 以下の事実を組み合わせれば証明できる:
  - すべての多角形は有限個の三角形に分割できる.
  - 三角形の 2 つの集まり $t_1, t_2, \ldots, t_m$ と $t'_1, t'_2, \ldots, t'_n$ が，それぞれの面積の和が等しいとき，これらの分割，$u_1, u_2, \ldots, u_\ell$ と $u'_1, u'_2, \ldots, u'_\ell$ で，対応する u_i と u'_i の面積の等しいようなものがとれる.
  - 任意の三角形 t に対し，それと面積の等しい長方形 r で t と r はハサミ合同になっているようなものがとれる.

多角形の面積

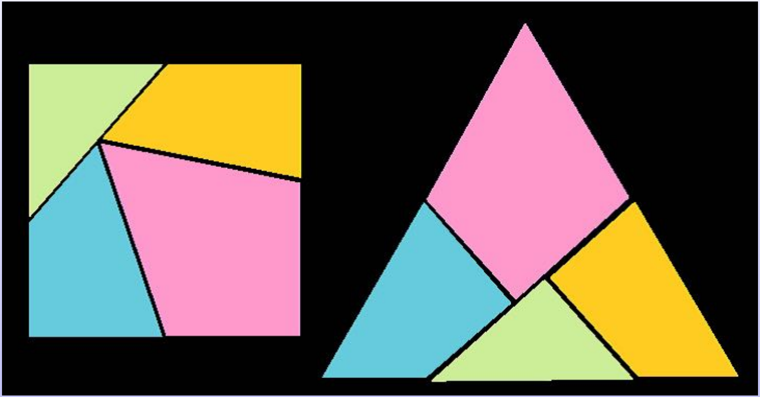
▷ 任意の三角形 t に対し，それと面積の等しい長方形 r で t と r はハサミ合同になっているようなものがとれる．



▷ 任意の面積の等しい２つの長方形はハサミ合同である．



Henrey Dudeney のパズル (1902)



https://en.wikipedia.org/wiki/File:Triangledissection.svg