

黄色いスミレの咲く頃の昔

渕野 昌

Ⅲ

黄色い堇が咲く頃の昔、
海豚は天にも海にも頭をもたげ、
尖った船に花が飾られ
ディオニソスは夢みつゝ航海する
模様のある皿の中で顔を洗つて
宝石商人と一緒に地中海を渡つた
その少年の名は忘れられた。
ウララカ
麗な忘却の朝。

— 西脇順三郎『*Ambarvaria*』から

僕は地中海を船で渡ったことはまだない⁻¹⁾。ベルリンからイスラエルへ飛行機で飛ぶ時に、上空を何回か横切ったことがあるだけだ。天気が良いと、ギリシャ半島や、エメラルド色のエーゲ海や、その島々が、神話の形に眼下をゆっくり動いてゆくのが、飛行機の窓から見える。

僕がイスラエルへ行くのは聖地巡礼のためではない。しかし、数学的な‘聖地巡礼’のようなものである、と言うことはできるかも知れない。つまり、僕がここを訪れるのは、エルサレムのヘブライ大学に今世紀最大の数学者の一人 Saharon Shelah 教授を訪ねるのがその主な目的であるからである。数理論理学で、Shelah の得意とする分野の研究をしている僕にとって、エルサレムは、ダビデの墓や、キリストの足跡や、マホメッドの昇天のためではなく、Saharon Shelah⁰⁾ がいるために特別な‘聖なる都’となるのである。数学の問題を携えて彼のオフィスを訪ねるのは、まさに巡礼者のような敬謙な心持ちがする。

今、「今世紀最大の数学者の一人」という表現をしたけれど、実際 Shelah は多分現存する地球人の中でおそらく最も天才的な人物の一人であろう。のみならず、多分 1000 年に何人か、という歴史的な天才の中の天才のリストのうちの一人にさえなってしまう人だと思う。あまりに天才的過ぎて、次々に

⁰⁾ 本稿は、数学セミナー、vol.36, no.7 (1997), 2-5 に掲載された文章に（少しの）加筆補正を加えたものである。

結果を作り出すため、一部の人たちに証明機械のようなものと思われて、そのためにかえって過小評価されてしまっていたところがあるようにも思える。実際、彼がフィールズ賞をついに貰えず、無冠の帝王に留まることになったのも、そのようなことが原因の一つであったのではないかと思う。しかし、彼の数学をよく勉強してみると、その背後には非常にはっきりとした思想や美学や方法論があり、tour de force で結果を量産しているだけではないことがわかる。彼の仕事のうちで、それほど重要でなさそうに思える大量の結果は、彼の開発した数学的手法の試し切りのようなものである。こうした比較的小さな結果の総体の後ろに広がる、彼が本当に問題としている大きな世界は、Shelah の論文ではいつも明示的に説明されているとは限らないので、彼の論文を読もうとすると、沢山の玉石混淆の結果の山に威圧されて疲れ果ててしまう、ということになりかねない。また Shelah 自身は常人の頭の働きを想像しかねるところがあるようで、彼の論文は平均的数学者のフォローしがたいような思考の跳躍が多く、読みにくいことでも非常に有名である¹⁾。

Shelah の数学の本当の凄さを語るには、彼の研究業績について語らなくてはならない。数理論理学の中の、モデル理論と集合論の70年代以降の発展を考えてみると、その大きな部分は Shelah の手によるものであることが分かる。stability theory, proper forcing, pcf theory, ... etc. はいずれも Shelah が(実質上)無から作り上げた壮大な理論の伽藍である。これらの業績について具体的に語ろうとすると、最近の研究結果にいたる発展を網羅した膨大なものにならざるを得ないが、勿論この小文ではそんなことは不可能である。

それで、以下はごく大雑把な言い方でしかないが、彼の仕事の多くは、無限構造の構成法とその構造定理、と呼べるようなものであると思う。そこで用いられている手法としては、数理論理学の積極的な応用と、複雑な超限帰納法による構成などが目につく。また、Fodor の定理とか、elementary submodel を用いるトリックとか、“generated freely except...” という代数的構造の構成法とか、Shelah が繰返し用いるいくつかのお気に入りの道具立てがあるのだが、彼の証明では、これらのよく知られた方法は、常人の思つかない目のさめるような不思議やり方で組み合わせられて用いられているので、ちょっとやそっとでは真似ができそうにない。

彼の初期のホワイトヘッドの問題の解決もそうであったが、Shelah の結果は数学的命題の集合論からの独立性を示すものが多い。他方、stability theory や、現在 Shelah のもっとも熱中している理論である pcf theory などのように古典的な集合論の公理系 (ZFC) の中で議論できることを極める、という方向の研究でも大きな成果をあげている。特に後者の研究の精神は、集合論の創始者であるカントルの数学的思想の継承ということができそうであるが、Shelah 自身も自分の哲学的立場を述べたいいくつかの講演でこのことを強調し

ている²⁾。

Shelah の天才を物語る有名な逸話は事欠かない。トロントでの話とかポーランドの国境での話など、世界中の logicians に語りつかれて、すでに伝説のようになってしまったものが幾つもある。僕は 1994 年にイスラエルのヘブライ大学で半年間 Shelah の研究助手を勤めたので、本人に身近に接して、Shelah を生身の人間として比較的良好に知っていると言えると思うが、それでも未だに彼は何か神話の中の人物のような気がする。

ユークリッドは実は実在の人物ではなくて、ブルバキのような数学者集団の名前であった、というような説がまことしやかに説かれることがある。しかし、Shelah の数学を目のあたりにすると、ユークリッドもやはりこのような天才で、ユークリッド原論の体系を (Shelah のように共同研究者/助手が沢山いたということはあったとしても) 本質的には一人で全部無から作り上げてしまったのではないかと想像してしまう。

ヘブライ大学にいた時には、当然 Shelah のオフィスを頻りに訪ねて、彼の数学的の神技を何度も目撃することになった。この半年の間に、まだ宿題として細部の仕上げの残っているものも含めると Shelah との共著の論文が 6 つできたのだ。このイスラエル滞在中、色々面倒を見てくれた、ポーランド人の Andrzej Roslanowski 君は、僕がエルサレムに到着した時には、既に 1 年以上 Shelah の研究助手の仕事をしていたのだが、僕が初めて Shelah のオフィスに行く時に言ってくれたアドバイスは、「Saharon を人間だと思え。ミュータントのようなものだと思え。そうもしないと精神がもたないぞ」、というものだった。自分より格段頭の良い人が世界に存在するという事実を容認するのは、それだけでも心理的になかなか苦しいものであるが、実のところ、ハンディーは Andrzej の言うように“格段”以上であって、おしゃか様の手の平の中の孫悟空のようなものかもしれないと思う。

多分、Shelah の助手をしていたことのプレッシャーのせいだと思うけれど、エルサレムにいたある日、今世紀最大の結果の証明ができた、という夢を見てしまったことがあった。もちろん起きてから考えてみると、今世紀最大などというものではなく、ごくありきたりの定理でしかなかったのだが、不思議なことに夢の中で得た証明は正しくて、この結果は後に、その夢の証明とともに僕がベルリン自由大学に提出した Habilitationsschrift (大学就任論文) の一番最後の定理となった。

そんなわけで、この時のイスラエルの滞在中ではかなり精神的に消耗したのだけれど、今ふりかえてみると、雲ひとつないエルサレムの空、岡から見渡す空気遠近法の欠落した砂漠の風景、地中海の青、荒地の岩間に突然のように咲き出す芥子の花の真紅、僕の住んでいた場所の広場の花壇にいつも満開に咲いていたすみれの黄色、大学での同僚や、滞在中に知りあった沢山

の人達，などの記憶の写真にまじって，Saharonの人なつかい笑いや，彼のイスラエル風な皮肉のまじったジョーク，彼が数学の問題を考えているときの不思議な集中などをなつかしく思い出す。

念のために言っておくと，イスラエルには Shelah 一人がいるだけではなくて，数学研究の一般の水準はちょっと世界の他に比べられないほど高い。僕自身の評価を下すのに十分な知識がある分野は数理論理学のみであるが，もし Shelah がいなかったとしても，イスラエルは，その数理論理学の研究の要所としての地位を世界の中でゆうに保てるだろうと思う。近代の数学は北ヨーロッパのうす暗い黄昏の風景の中で育ったわけだが，これとこの地中海的世界での明るい光の中での数学というのがどうつながりえるのか僕にはうまく理解できない。地中海世界で生れた数学はまたここに戻ろうとしているのだろうか？

Shelah のことを高慢だと言う人がいるが，これはあたっていないと思う。多くの天才がそうであるように，Shelah は自分自身がいかに天才であるかということを正確に把握していて，それを変に隠したりしないので，彼が誰であるかをよく分かっていない人が，このことを高慢だと感じるのではないかと思う。

僕がエルサレムに長期滞在した年の次の年にイスラエルのハイファというところで数理論理学協会の国際学会があり，僕は再びそこで Saharon に会ったのだったが，この学会での食事のときに彼の隣になったことがあった。ちょうどその直前に僕の知らない数学者に話かけられて，共著の論文の話をしていたので，「Saharon, あんなにいっぱい共著者がいてよく全員覚えていられますね」と言うと，「いやあ，実は今の人はずこの人だったかちょっと自信がなかったんだけどね」と答えて，しばらく考えてから，「古代シリアの王様は兵卒の一人ひとりの名前を覚えていたということだけれど，そういうやつじゃないかな。」金の鋤で畑を耕したというのもシリアの王様ではなかっただろうか？でも，このシリアの王様は彼が数学の帝国の王様でしかないこともよく知っていて，数学の帝国でも (Gott sei Dank!)，例えば伝記によると Hilbert がそうだったような暴君ではない。

このハイファの学会のプログラムには，Shelah の 600 番目の論文の完成を祝うというバンケットがあった³⁾。学会の予告では彼の「50 才の誕生日を祝う」となっていたのだが，学会のオルガナイザー — ちなみにこの人は僕のかつての修士論文の指導教官であった — が個人ではなく数学の業績を祝うのが学会によりふさわしいと考えてバンケットのタイトルを変更したとのことであった。沢山のスピーチがあり Shelah にまつわる話が色々披露された。スピーチの中で，高名な詩人であった Shelah のお父さんのヘブライ語の詩の朗読のテープを聞かせる人があり，Shelah のお嬢さんが Shelah が考

えに没頭していて間違っただコップからくさった水を飲んでしまったという話を披露してかっさいをうけた。また、「Saharon あなたの数学はすごいが論文のスタイルはひどい」などという本音を言う人がある（誰が言ったかは伏せておくことにする）これには苦笑させられた。トロントの Franklin Tall 教授のスピーチは特に興味深かった:

カナダで Shelah の数学をしているときの精神集中を心理学的に分析する、というプロジェクトがあり、彼が数学の問題を考えているところをビデオにとったり、色々なインタビューをしたということであった。その時のインタビューで、「6才の子供に自分が何をやっているかを説明するとしたら何と言いますか」という質問があったそうである。

これに対して Shelah が即座に答えたという言葉は僕にとってたいそう感銘深いものだった — それは「この世にない精密で美しいことを研究している、と答えるだろう」⁴⁾ というものだったそうである。

渌野 昌 (Sakaé Fuchino)
fuchino@isc.chubu.ac.jp

脚注:

-1) **Added on September 2, 1999** : ベルリン自由大学での親しい同僚だった Ulrich Fuchs 君は私がイスラエルに滞在する前の年にヘブライ大学に一年滞在している。この時に彼は趣味のハングライダーを車に積んでイタリアまで行き、そこからフェリーで地中海を渡ってイスラエルに行った。“僕は地中海を船で渡ったことはまだない”と書いたときには、このことが頭にあったのであるが、その後 Fuchs 君は 1998 年にベルリンの近郊でハングライダーの墜落事故により急逝してしまった。冥福を祈りたい。

0) 日本語で近似するとサハロン・シェラハとでも書いたらいいだろうか最後の h の発音は Bach, T_EX などの末尾の原音に近い音である。

1) 大変頭の切れることで知られているあるカナダの数学者が sabbatical year に Shelah の Proper Forcing を読破しようと試みたがはたせなかった、という噂を聞いたことがある。

2) 彼の哲学的ないし美学的見解を述べた講演にもとづいた論説としては、例えば Saharon Shelah: “The future of set theory”, in: Haim Judah (ed.), *Set Theory of the Reals*, Israel Mathematical Conference Proceedings, Vol. 6, (1993), 1-12. がある。

3) 1997 年 2 月現在では、Shelah の論文の数は 643 になっている。これには未整理の多数のノートと 8 冊の著書 (準備中のものを含む) は含まれていない。ちなみに Shelah の論文

リストやプレプリントのファイルは Martin Goldstern 氏の管理している Shelah's Archive (<http://math.rutgers.edu/~shelah/>) からとってくる事ができる. (**Added on September 2, 1999** : 現在 Shelah の論文数は 700 を越えている — 私の Shelah とその他の著者との最新の共著の論文には 712 という番号が当てられている.)

4) これは、このときの記憶で書いたのだが、後で Franklin Tall 教授がこのときのスピーチにもとづいて書いた文章を見てみると、こここのころの英語は "... making mental constructions which are exact and beautiful" となっていた.

Saharon Shelah 教授のプロフィール

1945 年エルサレム生れ. 1972 年へブライ大学教授 (Abraham Robinson Professor of Mathematical Logic). 著書に, "Classification theory and the number of nonisomorphic models" (North-Holland, 1978/1991), "Proper Forcing" (Springer-Verlag, 1982), "Cardinal Arithmetic" (Oxford University Press, 1994) などがある. これはいずれも数理論理学の新しい研究分野/テーマを確立した画期的な著作である. 他に論文多数. 共著者の数も多く, 将来「エルデシュ数」^{a)}と同じように「シェラハ数」についても語られるようになるのではないかと思われる. ちなみに Shelah 自身のエルデシュ数は 1 である. 主な研究分野はモデル理論と集合論および数理論理学の他の数学の分野への応用であるが, 最近では理論情報科学の研究もあり, この分野での研究結果の一つは数理論理学で一番権威の高いとされる Karp 賞を受賞している.

^{a)} 昨年亡くなった Paul Erdős 教授は共著者の多いことで知られていたが, 彼自身のエルデシュ数を 0 として, 彼との論文の共著者はエルデシュ数 1, 共著者の共著者はエルデシュ数 2, etc. と定義する. この定義で主要な数学者が有限のエルデシュ数を持つことになる. なお<http://www.sam.math.ethz.ch/~melenk/erdos.html> でエルデシュ数が 2 までの数学者のリストを見ることができる. ちなみに, 数学者の間の距離を共著論文の著者の連鎖の最小の長さ -1 で定義すると予想外に短い距離となって驚かされることがある. たとえば, 早稲田大学の江田勝哉教授と私の距離を考えたことがあったが, これは, 江田 - Todorčević - Shelah - 瀧野 という連鎖により 3 であった!