

数理情報学 6 第 4 回目のレポート

担当: 淵野 昌

任意のブール関数 $f: \mathbb{2}^n \rightarrow \mathbb{2}$ に対し, 命題論理の論理式 $\varphi = \varphi(A_1, \dots, A_n)$ で, $f = f_{\varphi(A_1, \dots, A_n)}$ となるものがとれることを示せ.

[ヒント]: まず, 次を示す:

補題 1 任意の $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{2}$ に対し, 命題論理の論理式 $\varphi_{p_1 \dots p_n}$ で, $q_1, \dots, q_n \in \mathbb{2}$ に対し

$$f_{\varphi_{p_1 \dots p_n}}(q_1, \dots, q_n) = 1 \Leftrightarrow \langle q_1, \dots, q_n \rangle = \langle p_1, \dots, p_n \rangle$$

となるものがとれる.

次に, 上の補題での記法を用いて, 任意の $f: \mathbb{2}^n \rightarrow \mathbb{2}$ に対し,

$$T_f = \{ \langle p_1, \dots, p_n \rangle \in \mathbb{2}^n : f(p_1, \dots, p_n) = 1 \}$$

として,

$$\varphi = \bigvee_{\langle p_1, \dots, p_n \rangle \in T_f} \varphi_{p_1 \dots p_n}$$

とするとき, このような φ が求める性質を持つことを示す.